

Cartografia de la forma

Autor: Victor Masferrer

L'encàrrec i la creació d'aquest material docent han estat coordinats per les professores: Aida Sánchez i Maria Iñigo

PID_00267416

Introducció

1. Simetria circular i esfèrica

1.1. El cercle

1.1.1. Introducció

1.1.2. El cercle en el món com a pura interacció de forces

1.1.3. El cercle en el món viu

1.1.4. El cercle en el món culte

1.2. Esfera: propietats geomètriques i físiques

1.2.1. Equidistància, superfície de revolució. Termodinàmica

1.2.2. L'esfera en el món com a pura interacció de forces

1.2.3. L'esfera en el món viu

1.2.4. L'esfera en el món culte

1.3. Construcció i possibles materialitzacions de l'esfera i el cercle

1.4. Per anar llegint

Bibliografia

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.1. Hexàgon. Propietats geomètriques i físiques

2.2. L'hexàgon en el món com a pura interacció de forces

2.2.1. Introducció

2.2.2. Tessellacions del pla

2.2.3. Problema de la bresca d'abella

2.3. L'hexàgon en el món viu

2.4. L'hexàgon en el món culte

2.5. Construcció i possibles materialitzacions de l'hexàgon

2.6. Per anar llegint

Bibliografia

3. Espirals i hèlix

3.1. Introducció

3.2. Espirals i hèlixs en el món com a pura interacció de forces

3.3. Espirals i hèlixs en el món viu

3.4. Espirals i hèlixs en el món culte

3.5. Construcció i possibles materialitzacions de l'esprial

3.6. Per anar llegint

Bibliografia

4. L'angle i la concentració de forces

4.1. Introducció

4.2. L'angle en el món com a pura interacció de forces

4.3. L'angle en el món viu

4.4. L'angle en el món culte

4.5. Per anar llegint

Bibliografia

5. L'ona i la transmissió d'energia

5.1. Introducció

5.2. L'ona en el món com a pura interacció de forces

5.3. L'ona en el món viu

5.4. L'ona en el món culte

5.5. Construcció i possibles materialitzacions de l'ona

5.6. Per anar llegint

Bibliografia

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.1. La paràbola

6.2. Paraboloide

6.3. La catenària

6.4. La paràbola i la catenària en el món com a pura interacció de forces

6.5. La paràbola en el món viu

6.6. Paraboloides

6.7. La catenària en el món viu

6.8. La paràbola en el món culte

6.9. Paraboloides

6.10. La catenària en el món culte

6.11. Construcció i possibles materialitzacions de la paràbola i la catenària

6.12. Per anar llegint

Bibliografia

7. Fractals i autosimilitud

7.1. Introducció

7.2. Fractals en el món com a pura interacció de forces

7.3. Fractals en el món viu

7.4. Els fractals en el món culte

7.5. Construcció i possibles materialitzacions dels fractals

7.6. Per anar llegint

Bibliografia

Introducció

La realitat no és un compendi d'arbitrarietats en el qual tot és igualment possible o probable. Ens trobem amb regularitats, similituds i connexions pertot arreu. Busquem la regularitat, la predictibilitat, els patrons... Observem els cicles de la nit i el dia, les estacions, les mareas, els moviments estel·lars o el comportament del nostre gat. Investigar i aprofundir en aquestes connexions i regularitats han estat històricament els principis guia de la tasca científica i filosòfica. Però també, des del camp de l'art, connectar allò aparentment divers, ressaltar el que *a priori* era indistingible, ha estat des de sempre estimul de la curiositat, per no deixar de fascinar-se per la complexitat del món, entendre'l i comprendre'l des d'aquesta complexitat.

Al llarg d'aquests apartats farem un recorregut per les formes bàsiques que podem trobar en la naturalesa. Són bàsiques perquè les trobem amb molta freqüència en entorns molt diversos. La pretensió no és altra que estimular la curiositat per començar a veure regularitats, relacions i connexions entre elles. Seguint Wagensberg i el seu llibre *La rebel·lió de les formes* com a estructura i classificació de partida, aquests apartats són un intent de concentrar i resumir el camí que l'autor va sintetitzar tan bé, per a recrear-nos amb una recopilació d'imatges que impulsin a establir altres teixits de relacions i altres connexions.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Què trobaràs en aquests apartats?

Una sèrie de capítols, relacionats però independents, dedicats a la indagació i a les connexions que podem establir a partir d'una forma. Són les següents:

- 1) Simetria circular i esfèrica
- 2) Hexàgon i tessellacions del pla
- 3) Espirals i hèlix
- 4) L'angle i la concentració de forces
- 5) L'ona i la transmissió d'energia
- 6) Paràbola i catenàries
- 7) Fractals i autosimilitud

Es tracta de fer un esbós teòric i assagístic, que doni especial importància al teixit de relacions visuals. Una síntesi sobre la forma que sigui suggeridora teòricament i visualment.

Els exemples visuals es divideixen en tres grans apartats que he denominat de la manera següent:

- **El món físic:** formes relacionades amb el món com a pura interacció de forces (el que se sol dir la «matèria inerta»), subjectes a les lleis de la física i de la física quàntica, des d'allò que és immens fins al que és minúscul.
- **El món biològic:** la matèria viva o en interacció biològica (el que se sol dir «selecció natural»).
- **El món «culte»:** el món humà, subjecte a allò que podem anomenar, seguint a Wagensberg, la «selecció cultural».

Intentarem esbossar, a partir d'un teixit de relacions eminentment visual, com l'emergència històrica d'un determinat tipus de formes té importants relacions amb la matèria inerta i amb la matèria viva. En aquest sentit, pot ser que ens veiem sorpresos pel pensament que potser la matèria inerta no està tan morta, ni el nostre món «culte» és tan independent del biològic o de la matèria com a interacció de forces. En aquest cas, potser llavors comencem a fer les nostres pròpies relacions.

1. Simetria circular i esfèrica

1.1. El cercle

1.1.1. Introducció

En termes geomètrics, el cercle defineix un pla i té una àrea la frontera de la qual es delimita per una circumferència. Aquesta corba o circumferència és el mínim perímetre possible que tanca la màxima superfície plana. Potser per això, el punt ideal es dibuixa com un cercle. És una manera de representar-lo, perquè el punt, com a entitat abstracta, no té volum ni àrea. Podríem dir, al revés, que el cercle és un punt expandit, la materialització o manifestació d'un ens abstracte, mancat de dimensions. Si el punt és la pura abstracció del volum i de l'espai, el cercle són els seus efectes creats.

Punt i cercle comparteixen conceptes. El punt es representa moltes vegades com la intersecció de dues línies, i també conceptualment com a centre generador que designa la manifestació d'un principi. Així, el cercle, com a punt expandit, seria la continuació d'aquesta manifestació.

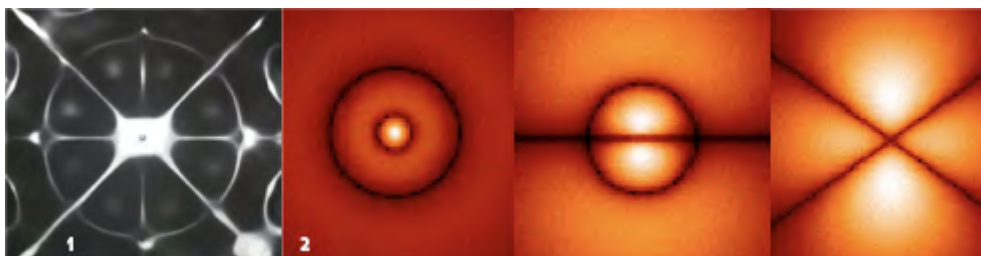
Seguint l'esquema proposat en la introducció, anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar els tres grans àmbits d'interrelació: el món físic com a pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants físics, biològics i culturals.

1. Simetria circular i esfèrica

1.1. El cercle

1.1.2. El cercle en el món com a pura interacció de forces

En la imatge inferior podem veure en primer lloc els dibuixos de sorra que es generen per vibració sonora. Es tracta dels experiments de «Chladni», que fan les delícies de museus de la ciència de tot el món. Les ones sonores creen patrons sobre una superfície plana. Connectant un modulador de freqüències a una superfície o simplement fent-la vibrar amb l'arc d'un violí, podem veure com la sorra escampada sobre la mateixa sorra s'ordena, segons la freqüència, en curiosos patrons geomètrics.

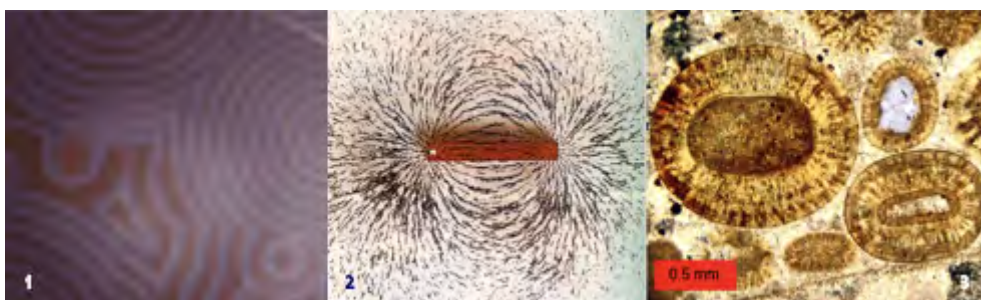


1) Dibuxos de sorra per vibració sonora, fotograma del vídeo «Figures de Chladni». Imatge disponible a: https://www.youtube.com/watch?time_continue=515&v=eLqor649t6E. [Data de consulta: 21.03.2020].

2) Núvols de probabilitat de l'electró, segons estats de l'hidrogen. Imatge disponible a: <https://cuentos-cuanticos.com/2012/10/07/de-la-realidad-visual-al-atomo/>. [Data de consulta: 21.03.2020].

És realment fascinant observar l'ordenació màgica de les partícules de sorra que reboten sobre la planxa de metall. La forma inicial de la planxa determina bastant l'ordenació de les partícules i els dibuixos generats. No obstant això, en nombroses ocasions apareixen simetries circulars. No deixa de ser sorprenent comparar les formes generades per la sorra amb els núvols de probabilitat dels electrons estudiades en física quàntica (en la imatge superior) i que vindrien a ser la regió al voltant del nucli atòmic en la qual orbiten els electrons, segons mapes de probabilitat. La pura interacció de forces genera un tipus de formes concretes a exclusió d'unes altres, i moltes tenen simetries circulars.

El cercle té una alta emergència en el món físic. N'hi ha prou a observar les formes del so, les ones generades per una pedra llançada en un estany, el creixement de determinats oncolits (estructures formades per capes concèntriques), o els camps de força d'un imant.



1) Reacció de Beloúsov-Zhabotinsky, fotograma del vídeo «Reacció de Beloúsov-Zhabotinsky». Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=psealq3ulzs>. [Data de consulta: 21.03.2020].

2) Encenalls de ferro que mostren els camps de força d'un imant. Imatge disponible a: <https://perosimuove.wordpress.com/2012/03/11/el-empeno-del-sol-en-mostrarnos-nuestra-debilidad>. [Data de consulta: 21.03.2020].

3) Oolits, làmina prima d'oolits calcaris. Imatge disponible a: <https://es.wikipedia.org/wiki/oolito>. [Data de consulta: 21.03.2020].

1. Simetria circular i esfèrica

1.1. El cercle

1.1.3. El cercle en el món viu

Pel que fa a la matèria viva, els exemples de simetries circulars són també molt nombrosos. El cercle i la circumferència es defineixen sempre des d'un centre en rotació. Podem pensar en els primitius compassos fets amb cordes. La corda tibada i lligada a un punt fix (centre) definirà el radi de la circumferència. Abans hem esmentat que la circumferència és el mínim perímetre que tanca la màxima superfície plana. Des d'un eix en rotació, aconseguim «tancar» el màxim espai possible. No podem deixar de teixir similituds. Creuant regnes, grandàries i funcions, trobem tot tipus d'exemples: així passa, en els caus o en els nius, en els quals per economia d'espai es treballa des d'un centre que maximitza els resultats. El cercle és un punt expandit.



1) Formiguer. Imatge disponible a: <https://pixabay.com/pt/photos/formigueiro-formiga-inseto-natureza-140643>. [Data de consulta: 21.03.2020].

2) Niu d'ocell. Imatge disponible a: <https://www.kythera-family.net/en/natural-history-museum/birds/shrike-nest>. [Data de consulta: 21.03.2020].

3) Tela d'aranya. Imatge disponible a: <https://www.elindependiente.com/futuro/2019/04/04/bacterias-fabricar-telaranas-proyecto-al-mira-la-nasa/>. [Data de consulta: 21.03.2020].

Sempre que hi ha la possibilitat física de créixer en totes direccions per igual, les simetries circulars es repeteixen: des de les cèl·lules fins a les colònies fúngiques, passant pel desenvolupament biològic de la pupilla i l'iris. Les comparacions entre el gran i el petit són sempre sorprenents.



1) Cèl·lula animal. Imatge disponible a: <https://saladeprensa.usal.es/atom/102617>. [Data de consulta: 21.03.2020].

2) Colònia fúngica en placa de Petri. Imatge disponible a: <https://hongosmasquecallampas.wordpress.com/2016/03/01/el-micelio-y-la-colonia-fungica>. [Data de consulta: 21.03.2020].

3) Iris i pupilla. Imatge disponible a: <http://www.progressivereform.org/iris.cfm>. [Data de consulta: 21.03.2020].

1. Simetria circular i esfèrica

1.1. El cercle

1.1.4. El cercle en el món culte

Tornant al nostre esquema, podem fer una infinitat de relacions de simetries circulars en el món culte o humà. No obstant això, la pregunta subsisteix: per què s'utilitza la forma circular i no una altra? Geomètricament, hem remarcat la importància del centre com a punt invisible, que no obstant això actua com a principi generador. Al cercle, com a l'esfera, se li han associat idees de perfecció i de totalitat. No és estrany que totes les teories cosmològiques fins a Kepler es basessin en el cercle i l'esfera. El mateix Kepler va haver de lluitar contra les seves pròpies idees preconcebudes per passar del cercle a l'el·lipse, a causa de la força simbòlica de perfecció associada al cercle i a l'esfera.

La teoria pitagòrica de l'harmonia de les esferes, concepció geocèntrica del cosmos segons la qual l'univers estaria governat per proporcions numèriques harmonioses, arriba fins a Kepler, que imagina en la seva primera obra magna les relacions planetàries com a esferes dins d'esferes en intrínseca relació amb els sòlids regulars o sòlids platònics.

La utilitat de la simetria circular és evident. Si desmuntem qualsevol màquina pertanyent a qualsevol moment de la història, ens trobem amb peces tornejades, discos, esferes..., peces de simetria circular.



1) Model copernicà d'òrbites planetàries. Imatge disponible a: <https://www.biblio.com/book/revolutionibus-orbium-coelestium-libri-vi-six/d/879609465>. [Data de consulta: 21.03.2020].

2) Piero della Francesca, *Madonna del duque de Urbino / Sacra conversació*. Imatge disponible a: https://temasycomentariosartepaeg.blogspot.com/p/blog-page_340.html. [Data de consulta: 21.03.2020].

3) Pont de Kromlau , Alemanya. Imatge disponible a: <https://steemit.com/spanish/@danielgmz/les-4-estacions-del-anus-en-el-pont-de-kromlau-alemania>. [Data de consulta: 21.03.2020].

1. Simetria circular i esfèrica

1.2. Esfera: propietats geomètriques i físiques

1.2.1. Equidistància, superfície de revolució. Termodinàmica

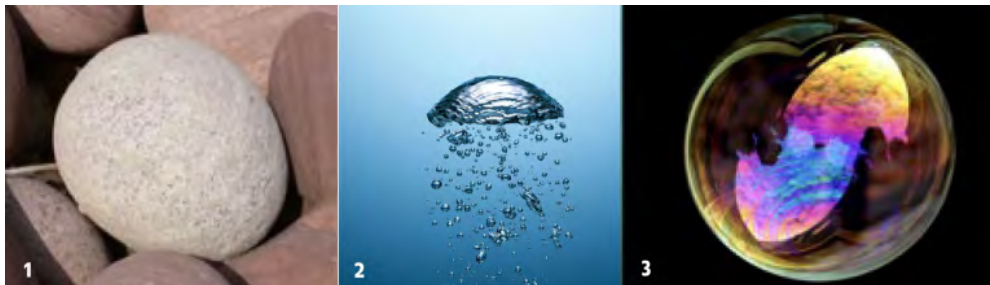
L'esfera és el cercle en l'ordre dels volums. Correspon en l'espai de tres dimensions al que la circumferència en el bidimensional. Geomètricament, una esfera és una superfície de revolució i es defineix matemàticament com un conjunt de punts situats a la mateixa distància d'un punt donat, però en un espai tridimensional. De la mateixa manera que el cercle és el menor perímetre que tanca l'àrea més gran, l'esfera és la menor superfície que tanca un volum, és la forma més compacta. Es pot dir també a la inversa: l'esfera és la superfície tancada que tanca el màxim volum possible. Com anirem desenvolupant, la relació entre la geometria, la física i les formes «cultes» és estreta i molt productiva per a comprendre l'esfera.

1. Simetria circular i esfèrica

1.2. Esfera: propietats geomètriques i físiques

1.2.2. L'esfera en el món com a pura interacció de forces

L'esfera emergeix amb facilitat en entorns on totes les direccions són igualment probables: sigui en mitjans líquids (una bombolla d'aire en l'aigua, una bombolla de sabó en l'aire, una gota d'aigua en oli), o en mitjans on no hi ha una direcció privilegiada (la gravetat, la formació d'una estrella o l'aigua abocada per un astronauta).



1) Pedres d'un «macar» o platja de roques. Imatge disponible a:

<https://menorka.wordpress.com/tag/macar-dalfurinet>. [Data de consulta: 22.03.2020].

2) Bombolla d'aire en l'aigua. Imatge disponible a: <https://theenergyst.com/what-is-ofwater-for/water-bubble>. [Data de consulta: 22.03.2020].

3) Bombolla de sabó. Imatge disponible a: <http://www.proyectosandia.com/2010/07/porque-las-burbujas-de-jabon-muestran.html>. [Data de consulta: 22.03.2020].

En la imatge superior podem veure un còdol. Els còdols roden, clar. I ho fan segons temps geològics. És a dir, han passat milions d'anys rodant, sense privilegiar cap direcció en concret. Amb el temps, acaben rodant en totes direccions i adoptant forma esfèrica. De fet, l'antiguitat d'un gra de sorra es mesura justament pel grau d'esfericitat.

1. Simetria circular i esfèrica

1.2. Esfera: propietats geomètriques i físiques

1.2.3. L'esfera en el món viu



- 1) Radiolari esfèric. Imatge disponible a: <https://www.ck12.org/c/physical-science/metalloids/lesson/metalloids-ms-ps>. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 2) Medusa. Imatge disponible a: https://smbb.mx/congresos%20smbb/acapulco09/TREBALLS/AREA_VII/CVII-13.pdf. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 3) Arbore. Imatge disponible a: <https://parquebatalladelaspiedras.imcanelones.gub.uy/especies-vegetales/especies/item/scutia-buxifolia-coronilla.html>. [Data de consulta: 22.03.2020].

L'esfera emergeix amb facilitat també en el món biològic, quan no trobem direccions de creixement especialment privilegiades. És el cas de moltes formes marines, com els radiolaris, de simetria esfèrica, els ous de peix o moltes meduses.

Un arbre que ha crescut sense competidors que li facin ombra al voltant adopta la simetria esfèrica com l'òptima per a la captació de llum, sobretot si es troba prop de l'equador, on la llum li arriba des de totes direccions. Si es troba més prop dels pols, on la llum és més obliqua, adopta la forma de con, que de mitjana capta millor la llum (Wagensberg, 2004). Igual de fascinant és la història del desenvolupament evolutiu de l'ull. De la simple cavitat fotosensible al globus ocular, la simetria de l'ull és esfèrica. Igual que la copa de l'arbre, l'òrgan visual rep la llum per igual des de moltes direccions alhora. El seu àmbit de formació, l'espai il·luminat per la llum solar, afavoreix la creació d'esferes. No obstant això, les cèl·lules receptors internes de l'ull, que reben la llum de manera obliqua, tenen forma cònica.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.



- 1) Cactus. Imatge disponible a: <https://pxhere.com/es/photo/997817>. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 2) Els animals, quan s'arrauleixen, generen una simetria circular: la mínima superfície que tanca un volum o un espai; així s'aconsegueix que la pèrdua de calor sigui més lenta. Imatge disponible a: <https://www.pexels.com/es-es/foto/990299>. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 3) Figuera de moro, cactus que adopta dos tipus de forma: la de pala per guanyar superfície i l'esfèrica per «colònia». Imatge disponible a: <https://www.jardineraon.com/chumbera.html>. [Data de consulta: 22.03.2020].

Si parlem d'intercanvi d'energia, atès que la superfície de l'esfera és la mínima superfície que tanca el màxim volum, el flux entre l'interior i l'exterior s'alenteix. Seria al contrari que una resistència o un radiador, formes planes que busquen l'extensió de la seva

superfície per a difondre la calor. Aquesta característica termodinàmica ens permet entendre per què tants cactus adopten la forma esfèrica, de manera que alenteixen al màxim la pèrdua d'aigua interior. Si bé és cert que moltes vegades s'estiren per guanyar superfície i aprofitar les escasses pluges, tornen a adoptar la forma esfèrica agrupats per colònies. L'esfera i el flux termodinàmic ens donen a entendre també per què ens arraulim, adoptant la màxima esfericitat possible, per minimitzar la pèrdua de calor.

En el món culte, trobem el millor exemple en un iglú, on es pot arribar a temperatures de zero graus. Més de 50 graus de diferència amb l'exterior! L'esfera alenteix l'intercanvi termodinàmic.

L'esfera es dona amb alta freqüència en el món vegetal: llavors, fruites... Hem dit que és la forma més compacta i alhora la que tanca més volum. Amb la mínima superfície, obtenim la màxima capacitat interior. L'esfera protegeix les llavors amb el màxim de polpa, la qual, al seu torn, es convertirà en fertilitzant per a fer-les créixer. Però, a més, en no tenir una direcció privilegiada, l'esfera és més difícil d'atacar, no hi ha per on agafar-la. Són molts els animals que es protegeixen adoptant la forma esfèrica quan es veuen acorralats, des de l'armadillo fins a l'erigó o a l'anomenada bestiola bola. L'esfera protegeix.



1) All morat. Imatge disponible a: <https://frutasyverduraszaragoza.es/producto/ajo-seco-morado/>. [Data de consulta: 08.04.2020].

2) Oniscideus o bestiola bola. Imatge disponible a: florayfaunadiver.blogspot.com/2014/04/el-bicho-bola-de-la-tierra.html. [Data de consulta: 22.03.2020].

3) Armadillo. Imatge disponible a: <https://www.alamy.es/tres-bandas-armadillo-tolypeutes-tricinctus-en-bola-defensiva-en-cautiverio-uk-image281396770.html>. [Data de consulta: 22.03.2020].

1. Simetria circular i esfèrica

1.2. Esfera: propietats geomètriques i físiques

1.2.4. L'esfera en el món culte



1) Esferes de pedra precolombines de Costa Rica. Imatge disponible a: https://es.wikipedia.org/wiki/esferas_de_piedra_de_costa_rica. [Data de consulta: 22.03.2020].

2) Litografia d'Escher «Mà amb esfera reflectora» (1935). Imatge disponible a: <http://margaprofe.blogspot.com/2012/12/mano-con-esfera-reflectante-de-mc-escher.html>. [Data de consulta: 22.03.2020].

3) Fotograma del vídeo «World's roundest object!». Imatge disponible a: https://www.youtube.com/watch?time_continue=33&v=ZMByl4s-D-I&feature=emb_logo. [Data de consulta: 22.03.2020].

Si el cercle encarnava idees de perfecció i de totalitat en l'ordre bidimensional, l'esfera ho fa al llarg de la història i en múltiples cultures en l'ordre tridimensional. Al llarg dels segles, la volta celeste estrellada va fer pensar als astrònoms que ens trobàvem a l'interior d'una esfera perfecta. Les seves característiques geomètriques l'han associat a teories filosòfiques, des de l'esfera immutable de Parmènides (*) fins a l'«esferologia» de Peter Sloterdijk, que associa l'esfera a l'atmosfera i ens recorda el que va ser la primera esfera humana: el ventre matern.

Això és el que semblen suggerir les dues primeres imatges: les esferes de gran precisió realitzades per cultures precolombines i el «selfie» esfèric d'Escher. Podríem recórrer tota la història de l'art a través de l'esfera: la connexió simbòlica del món celeste i terrestre, la representació de la perfecció, la interpretació psicoanalítica...

Ens hem fixat en el naixement de l'esfera en entorns de pura interacció de forces, en el món vegetal i animal. En el món intel·ligent, on regna l'abstracció, l'anticipació a l'entorn i la complexitat, l'esfera té una propietat evident: roda. De la mateixa manera que fem esment de la gran proliferació de simetries circulars en el món «culte», podem parlar també d'una gran transversalitat de l'esfera en l'àmbit de la tecnologia: rodaments, coixinets, peces tornejades...

Els primers perdigons es feien deixant caure plom líquid en un pou amb aigua. En reproduir condicions d'isotropia (en caiguda lliure, la gravetat s'anulla; experiència que utilitzen algunes companyies per a simular entorns antigravitatoris a l'interior d'un avió en caiguda a 9,8 m/s), les gotetes de plom adopten la forma esfèrica mentre cauen i es refreden bruscament en entrar en contacte amb l'aigua.

En la tercera imatge veiem un objecte esfèric. Es tracta d'una esfera de silici, creada per a determinar amb exactitud atòmica el patró del quilogram, projecte de 2011 per a determinar el patró de massa, amb un nombre exacte d'àtoms de silici. Per començar, es mesura amb làser el diàmetre d'aquesta esfera extremadament polida. Coneguda la densitat del silici, es pot calcular el nombre d'àtoms amb una precisió sorprenent. L'esfera ideal, abstracta i geomètrica, es transmuta en un objecte físic que, ahora, permetria conceptualitzar i «estabilitzar» el patró del quilogram sense necessitat de dependre d'un objecte físic.

Recapitulant, podríem dir que l'esfera i la simetria circular apareixen amb facilitat en entorns on hi ha condicions d'isotropia, sense direccions privilegiades en la interacció de forces físiques. En el món viu té una funció molt clara de protegir i d'alentir l'intercanvi termodinàmic. En el món culte simbolitza la perfecció i la totalitat, forma part intrínseca de la tecnologia i ens permet comprendre de manera abstracta altres patrons físics.

1. Simetria circular i esfèrica

1.3. Construcció i possibles materialitzacions de l'esfera i el cercle

L'objecte més esfèric del món està fet amb alta tecnologia i va costar més d'un milió d'euros només de material del qual està fet: silici pur. Aquesta esfera, que pesa exactament un quilogram, es va fer per a «estabilitzar» la unitat quilogram del sistema internacional, l'única que té un objecte físic com a referència. En la seva superfície, les diferències entre valls i muntanyes es poden comptar per àtoms, i si l'objecte, d'uns 5 cm de radi, tingués la grandària de la terra, la diferència entre el punt més alt i el més profund seria tan sols de 14 metres. És l'objecte físic més esfèric que existeix.

Si no necessitem tanta precisió, podem recórrer a maquinària, com per exemple el torn. En les fitxes del toolkit «Tornejat», podeu veure alguns vídeos sobre tornejat en diferents materials, com ara fusta o pedra, i amb torns de control numèric. Una altra possibilitat és fabricar-se un torn a mida per a fer peces en guix o algun altre material que endureixi ràpidament. Fer un torn manual, amb una vareta elevada que es pugui girar a la manera d'una manovella, no serà difícil amb una mica d'enginy i l'espai adequat. Si retallem en una xapa una semicircumferència, ens farà de guia per obtenir l'esfera que desitgem. La vara o manovella, que quedarà dins de la peça, ha de ser resistent per tal de sustentar el pes del guix.

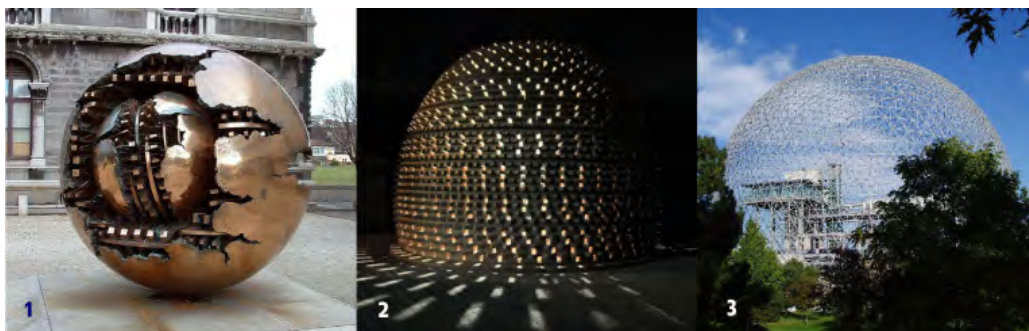
Sempre podem fer un model en fang o plastilina. I de la mateixa manera, a través d'una plantilla, anar fent ajustos al voltant dels seus diferents eixos de simetria. Amb paciència, es pot arribar a ser extremadament precís.

En la fitxa de tècniques «Buidar» es poden veure diverses maneres de fer un motlle, susceptibles de ser aplicades per a copiar objectes que ens interessin, en aquest cas, esfèrics. Però hi ha un mètode en particular que es fa amb motlles de terra, que generen un negatiu fàcilment. Amb un sistema rígid que ens faci de radi, podríem buidar una semiesfera molt precisa. Així mateix, es pot veure un sistema similar utilitzat a escala més gran per a la fabricació d'una cúpula amb maons (el·lipsoide, en el cas del vídeo). Podríem utilitzar un disc de fusta per a fer-lo girar i generar una semiesfera.

D'altra banda, actualment, gràcies al gran Buckminster Fuller, coneixem i podem construir amb poliedres regulars una cúpula geodèsica com una semiesfera o com una esfera completa. Les cares d'una cúpula geodèsica poden ser triangles, hexàgons o qualsevol altre polígon. Els vèrtexs han de coincidir tots amb la superfície d'una esfera o amb un el·lipsoide. El nombre de vegades que les arestes de l'icosaedre o del dodecaedre se subdivideixen per donar lloc a triangles més petits es diu freqüència de l'esfera o cúpula geodèsica. Com més subdivisions, més ens acostarem a l'esfericitat.

Vegeu també:

Teniu més informació sobre el·lipsoïdes i superfícies parabòliques en l'apartat «Paràboles i catenàries».



1) Arnaldo Pomodoro, *Esfera dins d'esfera*, Trinity College, Dublín. Imatge disponible a: https://es.wikipedia.org/wiki/archivo:Trinity_Pomodoro.jpg#filelinks. [Data de consulta: 22.03.2020].

2) Fotograma del vídeo *DOMI Cupole per Abitare*. Imatge disponible a: https://www.youtube.com/watch?time_continue=17&v=2s0mYBQAZDk&feature=emb_title. [Data de consulta: 22.03.2020].

3) Biosfera de Mont-real. Imatge disponible a: https://es.wikipedia.org/wiki/c%C3%BApula_geod%C3%A9sica. [Data de consulta: 22.03.2020].

En definitiva, l'esfera té múltiples possibilitats de materialització. Conèixer les implicacions físiques, biològiques i culturals ha d'ajudar a resituar el nostre propi projecte per a realitzar i concretar la materialització final.

1. Simetria circular i esfèrica

1.4. Per anar llegint

«Hubo un tiempo en el que la realidad era una especie de sopa de quarks más o menos homogénea. Pero basta un vistazo a nuestro alrededor para convencernos de que las cosas se han complicado. Hay objetos en los que predomina la materia, como una gota de agua o un puñado de arena. Hay objetos en los que predomina la energía, como un rayo de sol o el entorno de un imán. Y hay objetos en los que predomina la información, como un pedazo de ADN o un poema.

¿Cómo es posible que el mero transcurso del tiempo cambie las cosas? Lo que más tenemos es tiempo. Y el tiempo siempre acaba pasando. Es solo cuestión de tiempo».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pàg. 19). Barcelona: Tusquets.

«Cuando los metafísicos hablan poco, pueden alcanzar la verdad inmediata, una verdad que se desgastaría por las pruebas. Entonces se puede comparar a los metafísicos con los poetas, asociarlos a los poetas que nos revelan en un verso una verdad del hombre íntimo. Así, extraigo del enorme libro de Jaspers *Von der Wahrheit* este juicio breve: “Jedes Dasein scheint in sich rund” (pág. 50). “Toda existencia parece en sí redonda”».

Bachelard, G. (1975). *La poética del espacio* (pàg. 201). Mèxic: Fondo de Cultura Económica.

«Ya hemos mencionado la obsesión juvenil de Kepler con un modelo del sistema solar basado en los sólidos platónicos. Aunque igualmente (es decir, completamente) errónea, la idea de Kepler alcanza un nivel más alto, científicamente, que las especulaciones de Platón en el *Timeo*. Porque Kepler, a diferencia de Platón, intenta ser preciso y específico. La esfera de Mercurio sujeta un octaedro circunscrito que está inscrito en la esfera de Venus. Luego tenemos un icosaedro, un dodecaedro, un tetraedro y un cubo que interpolan, respectivamente Venus-Tierra, Tierra-Marte, Marte-Júpiter, y por último, Júpiter-Saturno. La concordancia, aunque no exacta, estaba lo bastante cerca para convencer a Kepler de que estaba en el camino correcto. Alentado por ello, tuvo el valor de ponerse a afinar su modelo y compararlo con mejores datos, de modo que sacara a relucir con más claridad la música de las esferas».

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte* (pàg. 87). Barcelona: Crítica.

Bibliografía

Bachelard, G. (1975). *La poética del espacio*. Mèxic: Fondo de Cultura Económica.

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Kandinsky, W. (2003). *Punto y línea sobre plano*. Barcelona: Paidós Ibérica.

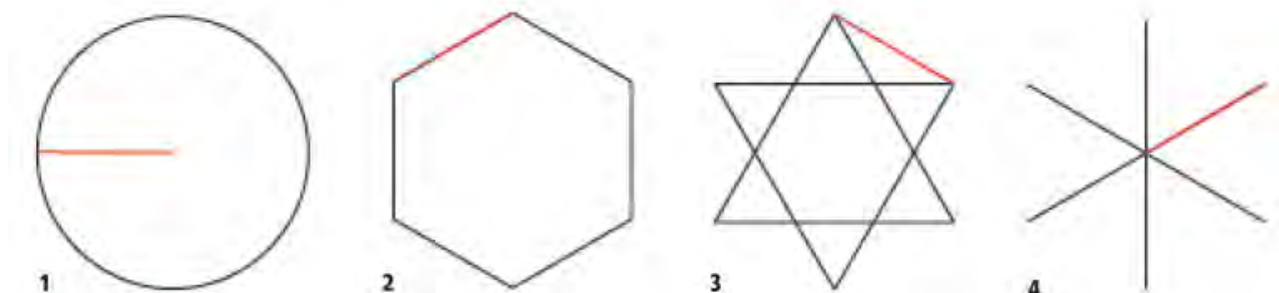
Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.1. Hexàgon. Propietats geomètriques i físiques

Un hexàgon és un polígon de sis costats i sis vèrtexs. L'hexàgon regular té els sis costats iguals amb angles iguals. Quan s'inscriu en una circumferència, aquesta passa per tots els seus vèrtexs. Està molt relacionat amb el triangle equilàter, perquè es pot dividir en sis triangles equilàters. Així mateix, en l'hexàgon s'inscriuen dos triangles equilàters majors que formen la coneguda estrella de sis puntes. També està íntimament relacionat amb la circumferència: el costat de l'hexàgon regular equival al radi de la circumferència en la qual s'inscriu. És el que mostra la sèrie d'imatges següent.



1) Masferrer, V. Modulacions sobre l'hexàgon. 2020.

Com en la resta de capítols, seguirem l'esquema proposat en la introducció per a intentar comprendre per què l'hexàgon és un patró abundant i recurrent en la naturalesa. Anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar els tres grans àmbits d'interrelació proposats: el món físic com a pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants: físics, biològics i culturals.

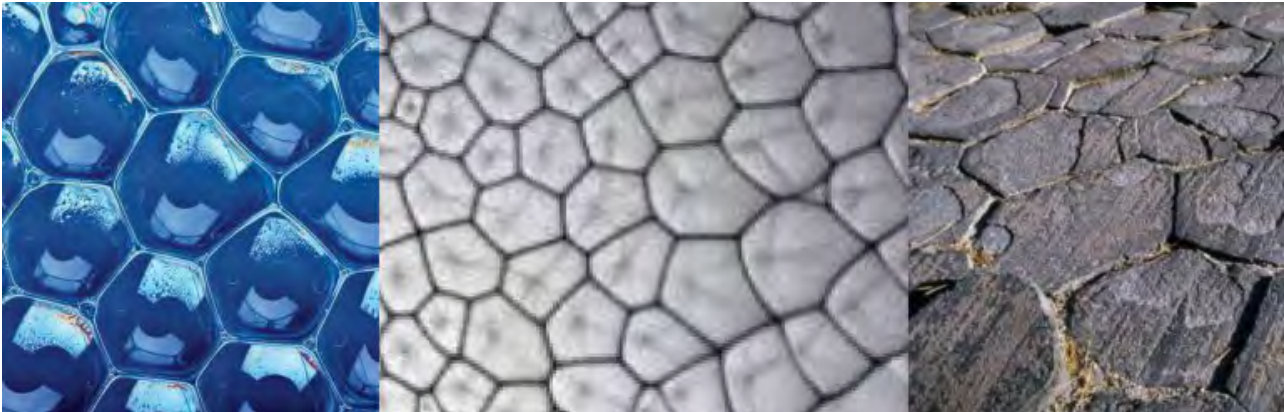
2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.2. L'hexàgon en el món com a pura interacció de forces

2.2.1. Introducció

En la fitxa del toolkit «Simetria circular i esfèrica» s'alludia a la profusió de formes circulars i esfèriques en la naturalesa quan els ambients són isòtrops, és a dir, quan el mitjà en el qual una forma creix o es desenvolupa és homogeni. Quan totes les direccions de creixement (de dins cap a fora) són igualment probables, regnen les simetries circulars i esfèriques.

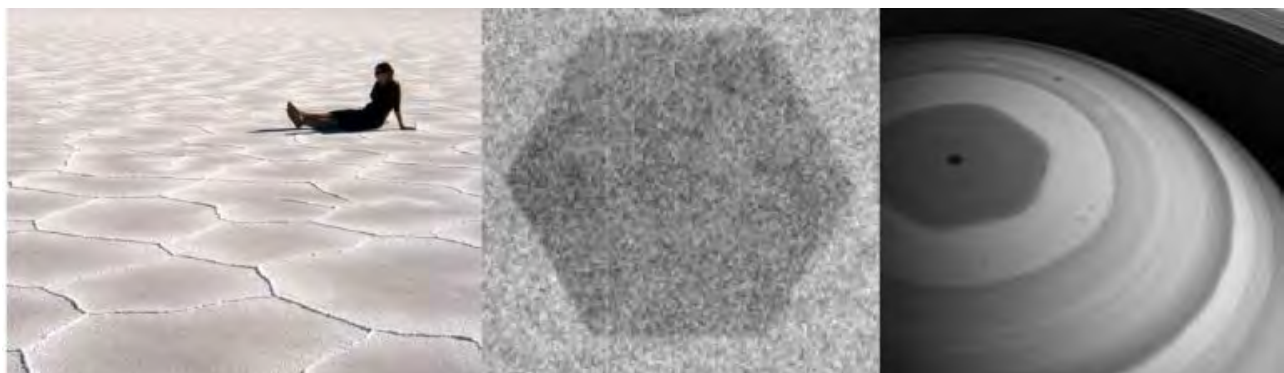
Doncs bé, si invertim la direcció de forces i ens situem en espais on s'exerceix una força externa per igual des de totes direccions (de fora cap a dins), obtenim patrons hexagonals. La pressió isòtropa genera hexàgons, perquè «emplenen» les superfícies que els cercles tangents no poden ocupar, utilitzant la mínima energia o la màxima optimització de l'espai. Els hexàgons «pavimenten» (*).



- 1) Ball, P. (2016) *Patterns in Nature*. Londres: Marshal. Imatge disponible a: <https://www.smithsonianmag.com/science-nature/science-behind-natures-patterns-180959033>. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 2) Convecció de Bénard. Imatge disponible a: <https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/neandertales-492/conveccion-de-benard-904>. [Data de consulta: 14.03.2020].
- 3) Roques basàltiques de disposició gairebé hexagonal. Imatge disponible a: <https://www.discovermagazine.com/the-sciences/how-do-volcanoes-create-towering-columns-in-rock>. [Data de consulta: 14.03.2020].

En la matèria inerta o en el món subjecte a la pura interacció de forces trobem nombrosos exemples d'ordenació hexagonal. Si ens fixem en la primera imatge (superior esquerra), podem veure un patró hexagonal en un conjunt de bombolles. La competència per l'espai genera, per pressió isòtropa homogènia des de tots els punts, una xarxa hexagonal.

La segona imatge és una fotografia de silicó líquida escalfada per convecció. Les diferències de temperatura en el si de fluids generen patrons amb pautes regulars. En escalfar-se, el material es dilata, disminueix la seva densitat i ascendeix. Quan arriba a la superfície, es refreda i torna a augmentar de densitat, i per tant, descendeix. Aquest patró no succeeix en bloc amb tot el fluid, sinó que es generen petits rotlles ascendents-descendents o «cèl·lules convectives» (*) que, si bé passen per estats de turbulència, en condicions crítiques de temperatura i viscositat generen patrons hexagonals. La similitud amb patrons cel·lulars de teixits vius és sorprenent.



- 1) Salta, l'Argentina. Imatge disponible a: https://www.getyourguide.com/salta-l1153/desde-salta-tour-de-un-da-por-salinas-grandes-y-purmamarca-t69016/?utm_force=0. [Data de consulta: 14.03.2020].
- 2) Estructura del grafè. Imatge disponible a: <https://www.azonano.com/news.aspx?newsid=36917>. [Data de consulta: 14.03.2020].
- 3) Hexàgon de Saturn. Imatge disponible a: <https://www.muyinteresante.es/ciencia/articulo/hallan-un-segundo-hexagono-en-la-estratosfera-de-saturno-541536831875>. [Data de consulta: 14.03.2020].

Altres fenòmens de creació de patrons hexagonals els trobem en les columnes de basalt, els quals són molt semblants al patró de les esquerdes per dessecació (les grans extensions de salines de la fotografia superior esquerra). Com més ràpida sigui la dessecació, més irregulars seran les formes generades (tal com succeeix en un toll fangós). Però si la dessecació és lenta (cas de les salines), les xarxes poligonals s'acomoden segons patrons que minimitzen la disposició espacial i generen xarxes hexagonals, «pavimentant» l'espai.

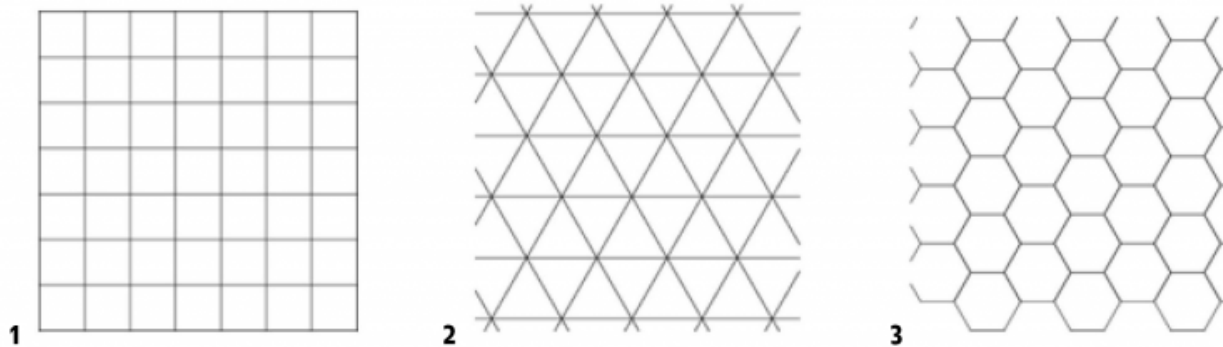
Com podem observar en les imatges, aquest tipus de patró el trobem tant en el món atòmic (així, les xarxes hexagonals de les «fulles» de grafè) com a escala planetària (la macro convecció generada per rotació de fluids en un dels pols de Saturn –imatge superior dreta–). En el món inert subjecte a les forces fixes, el patró hexagonal omple l'espai, justament perquè és la forma que minimitza l'energia necessària per a la seva ocupació.

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.2. L'hexàgon en el món com a pura interacció de forces

2.2.2. Tessellacions del pla

Tessellar el pla és recobrir-lo o pavimentar-lo amb figures que generen un patró i que creen una superfície homogènia amb una regularitat que no deixa intersticis ni superposicions entre les figures. Només hi ha tres formes de tessellar el pla amb figures regulars: mitjançant quadrats, mitjançant triangles equilàters i mitjançant hexàgons.



1). Zenil, H. (2011). *Lo que cabe en el espacio*. Mèxic: Coplt-arXives. Imatge disponible a: <http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/copit/ts0008es/ts0008es.pdf>. [Data de consulta: 22.03.2020].

També hi ha tessellats semiirregulars, combinació de diferents polígons regulars. No obstant això, encara que el nombre de polígons regulars és infinit (fins a la circumferència), només hi ha vuit combinacions possibles de polígons regulars, que inclouen triangles, quadrats, octògons i dodecàgons.

2. Hexàgon i tessellacions del pla

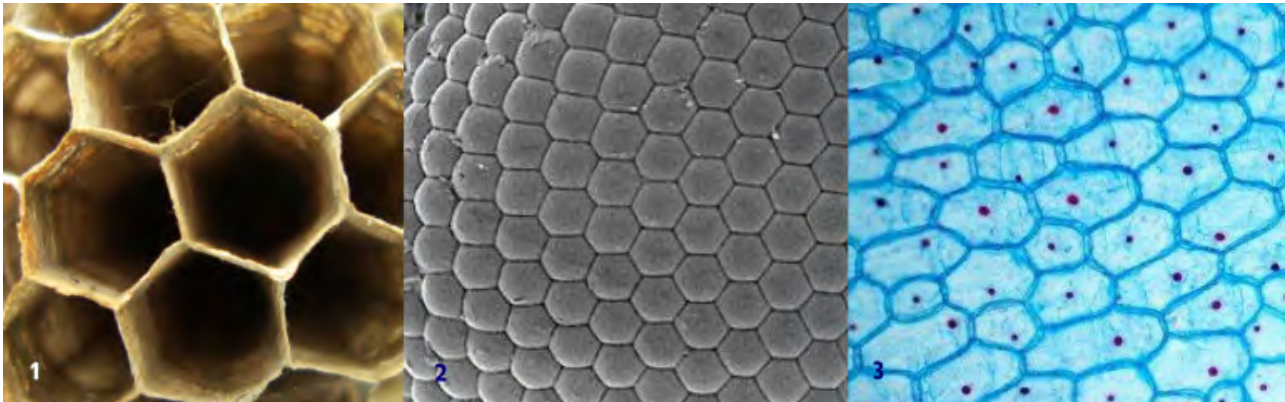
2.2. L'hexàgon en el món com a pura interacció de forces

2.2.3. Problema de la bresca d'abella

La conjectura de la bresca d'abella, atribuïda com a teorema a Pappus d'Alexandria (s. IV dC), afirma que un tessellat hexagonal (reticle en forma de bresca d'abella) és la millor manera de dividir una superfície en regions d'igual àrea i amb el mínim perímetre total. No és fins a l'any 1999 que el matemàtic Thomas Callister Hales el va demostrar matemàticament: no hi ha cap forma ni cap combinació de formes que empaqueti l'espai millor que l'hexàgon. Ho hem anat veient més amunt. L'hexàgon és un patró regular que apareix, per pura interacció de forces, en molt diversos camps del món inert. El fet que aparegui en el món viu té molta correlació amb l'estalvi energètic, espacial i material per a produir un mateix efecte.

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.3. L'hexàgon en el món viu



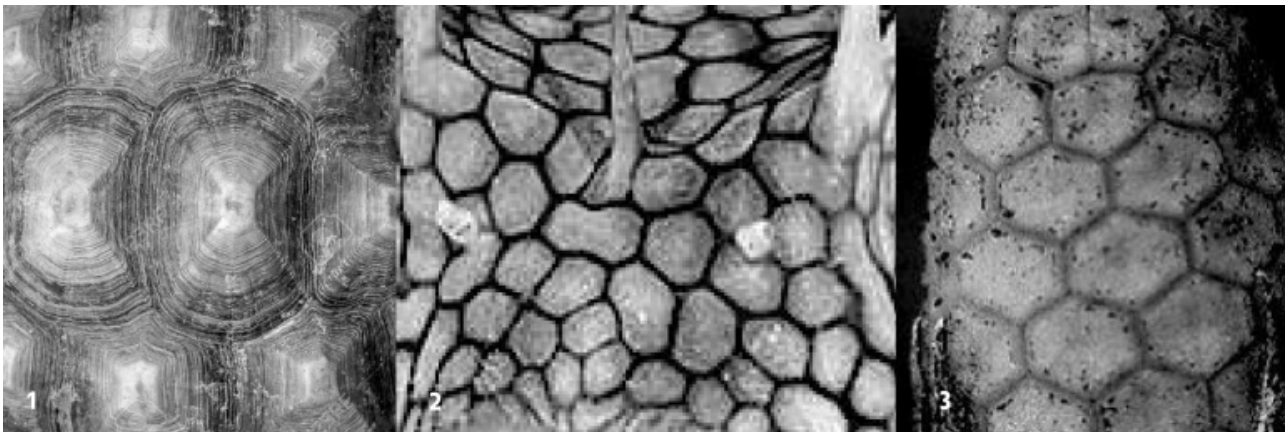
1) Bresca d'abella. Imatge disponible a: <http://www.flickr.com/photos/26149816@N04/5421701356>. [Data de consulta: 14.03.2020].

2) Ull d'insecte. Imatge disponible a: <https://eluniversobajoelmicroscopio.blogspot.com/2015/09/la-vision-en-los-animales-iv-los-ojos.html>. [Data de consulta: 14.03.2020].

3) Epidermis de ceba. Imatge disponible a: https://www.nationalgeographic.com.es/fotografia/foto-del-dia/mis-primeras-practicas-laboratorio_14701. [Data de consulta: 14.03.2020].

En el món viu trobem nombrosos exemples de patrons hexagonals. La selecció natural ha anat afavorint aquest patró en molt diversos àmbits. El principal problema que cal solucionar és el de la compactació en totes les superfícies que separen o que fan de frontera amb l'exterior. Ho saben bé les abelles, que han de minimitzar l'aportació de cera per construir les seves bresques. Ho veiem també en nombrosos ulls d'artròpodes com els insectes.

A diferència dels vertebrats, que «van optar» per concentrar raigs de llum mitjançant lents, en els insectes, la selecció natural va afavorir el tub. A cada tub correspondria una taca de llum o píxel. Així, com més tubs i més compactes, més resolució. Apareix de nou el problema de la compactació de l'espai.



1) Closca de tortuga. Imatge disponible a: https://es.123rf.com/photo_83241565_textura-del-caparaz%C3%B3n-de-tortuga-.html. [Data de consulta: 08.04.2020].

2) *Chilomycterus antillarum*; molts peixos tenen patrons hexagonals en la pell. Imatge disponible a: <https://tintorero-wwwartesdepesca.blogspot.com/2012/09/vamos-pescar-pez-erizo.html>. [Data de consulta: 08.04.2020].

3) Fruit de la planta *Monstera Deliciosa* o *Costella d'Adam*. Imatge disponible a: <http://matemolivares.blogia.com/temas/matematicas-y-geometria-en-la-naturaleza.php>. [Data de consulta: 08.04.2020].

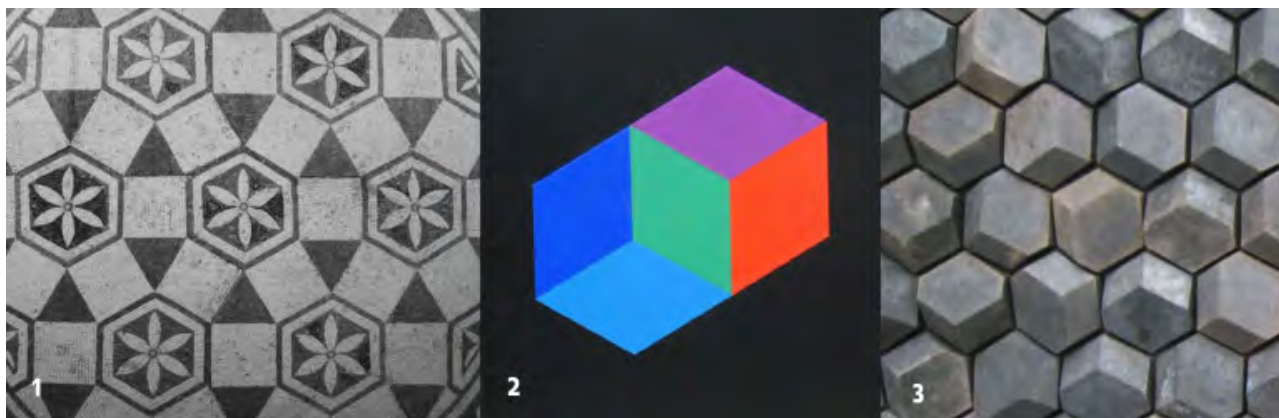
Podem observar així nombrosos exemples: les pells de molts rèptils i peixos, closques, escorces com la de la pinya, o l'embolcall compacte de la planta *Equisetum arvense* o «cua de cavall» (vegeu fotografia superior). Tots ells són exemples de simetries circulars o semicirculars, comprimides o compactades, amb la funció de cobrir superfícies per les quals no quedin intersticis, ni es puguin esberrar o s'hi pugui penetrar. L'hexàgon, pavimentant, exerceix de frontera entre l'exterior i l'interior en el món viu.

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.4. L'hexàgon en el món culte

No és una casualitat que s'utilitzi l'hexàgon com a element modular per a pavimentar: neix en la matèria per pura interacció de forces, es consolida i perfecciona en moltes superfícies vegetals i animals, establint una frontera entre l'interior i l'exterior, i forma part de molts patrons de pavimentació de sòls i d'ornamentació. No obstant això, hi ha un important salt mental de la pavimentació natural a la humana. Óscar Tusquets, l'arquitecte barceloní, explica amb admiració com un dels seus professors universitaris, Josep Sostres, va impartir una classe magistral relacionant el pla horitzontal amb la filosofia i el pensament abstracte. Pavimentar significa crear una superfície ferma, plana, duradora, i és clar que té a veure amb la independència de l'entorn, de la mateixa manera que la closca d'una tortuga l'aïlla dels depredadors.

Per a pavimentar s'ha utilitzat tot tipus de materials: des de la ceràmica (com en els dissenys islàmics, o en els murs d'Olafur Eliasson), fins al metall, el vidre, la fusta o la pedra (per exemple, el passeig de Gràcia de Barcelona, que compta amb un bell paviment hexagonal dissenyat per Gaudí).

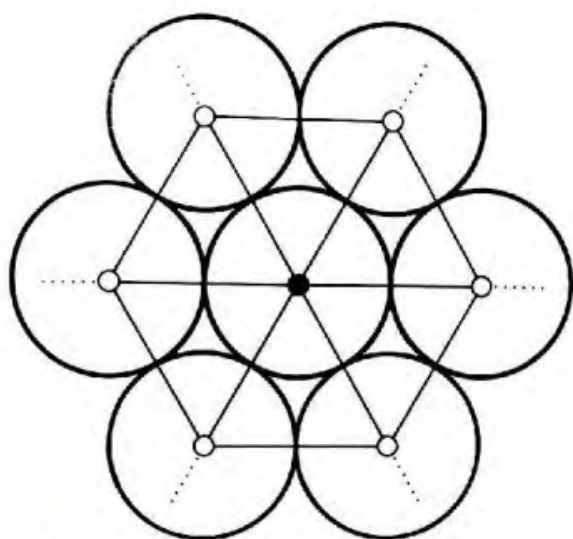


1) Un mosaic de sòl romà de patró hexagonal, segle I dC, Palazzo Massimo, Roma. Imatge disponible a: <https://www.ancient.eu/image/1283/roman-geometric-mosaic/>. [Data de consulta: 15.03.2020].

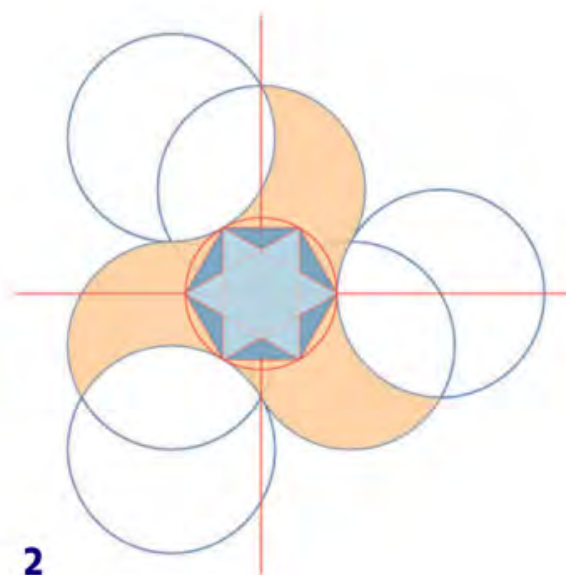
2) Vasarely, V. (1969). *Homenatge a l'hexàgon*, Museum of Modern Art, Nova York. Imatge disponible a: <https://www.flickr.com/photos/32357038@N08/6561140855>. [Data de consulta: 15.03.2020].

3) Olafur Eliasson (2004), *Quasi brick wall* (fragment). Imatge disponible a: <https://www.flickr.com/photos/koonce/3919880386>. [Data de consulta: 15.03.2020].

L'hexàgon pavimenta en la naturalesa, i ho fa en el món culte des de l'Antiguitat. En la imatge inferior podem veure la representació gràfica de la generació de l'hexàgon a partir de la juxtaposició d'esferes en un pla. Cada esfera és tangent a altres sis. I si connectem els seus centres obtenim una xarxa de triangles equilàters que al seu torn formen hexàgons. El món islàmic, històricament centrat en la representació abstracta, té una grandíssima riquesa de patrons; no obstant això, l'hexàgon és moltes vegades recurrent en l'ordenació espacial dels complexos tessellats.



1



2

1) Gestner, Karl. *Las formas del color*, Blume, Madrid, 1988.

2) Composició geomètrica basada en l'hexàgon. Imatge disponible a: <http://www.catnaps.org/islamic/geometry.html>.

[Data de consulta: 15.03.2020].

A diferència de l'esfera –la qual, si bé té una altíssima emergència tant en la naturalesa com en el món culte, és difícil d'executar formalment amb precisió–, l'hexàgon, en ser una forma geomètrica elemental i perfecta, és més senzill de formalitzar. Coneguda la seva relació amb el radi de la circumferència i amb el triangle equilàter, l'hexàgon és una figura que es presta al joc i a la composició. És fàcil fer peces en fusta, en argila o en guix que segueixin aquest patró. En les fitxes de «Buidatge» i de «Baix relleu» podeu trobar exemples susceptibles de ser utilitzats per a la fabricació d'hexàgons. Així mateix, si aneu a les fitxes de materials «Argila», «Pedra», «Metall» o «Fusta», o a la de «Tècniques de construcció», podreu veure com avui dia la indústria proporciona nombrosos materials i tècniques perfectament aplicables al disseny geomètric.



1



2



3

1) Femella sisavada. Imatge disponible a: <http://www.hidragricolamercado.es/producto/es/tuerca-hexagonal-zincado/4148/1>. [Data de consulta: 15.03.2020].

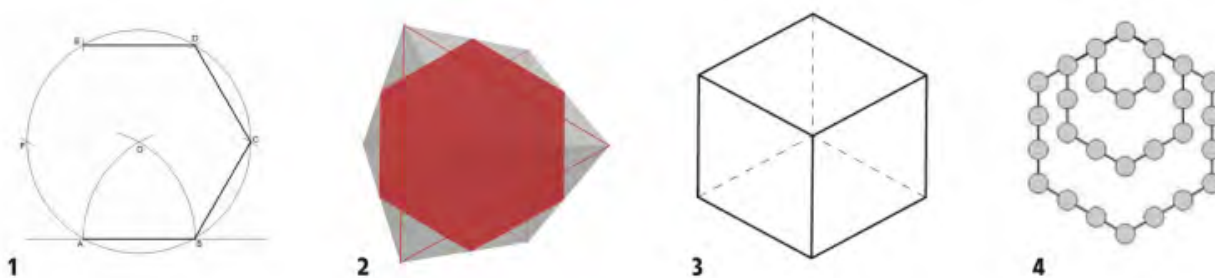
2) Tangram hexagonal. Imatge disponible a: <https://yaoota.com/en-ng/product/vakind-creative-children-wooden-hexagonal-puzzle-assembled-t-price-from-jumia-nigeria>. [Data de consulta: 15.03.2020].

3) Munari, B., llum hexagonal. Imatge disponible a: <https://www.luze.es/artemide-es-lamparas-de-suspension-artemide/lampada-esagonaleopera>. [Data de consulta: 15.03.2020].

Els exemples se succeeixen al llarg dels diferents camps de la indústria i el disseny. La geometria hexagonal és útil i amb innombrables desenvolupaments en la història de l'arquitectura, l'art i el disseny.

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.5. Construcció i possibles materialitzacions de l'hexàgon



1) Construcció de l'hexàgon, fotograma del vídeo *Hexàgon regular donat el costat*. Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=WuwlBpnrKxI>. [Data de consulta: 15.03.2020].

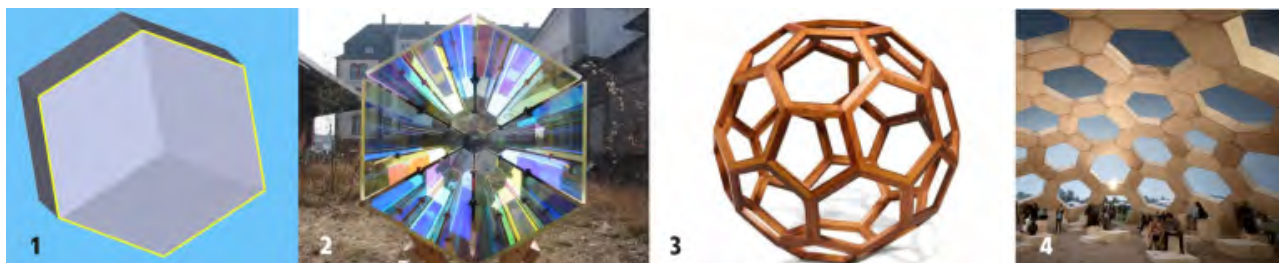
2) Relació de l'hexàgon amb el cub. Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=wuwlBpnrKxI>. [Data de consulta: 15.03.2020].

3) Relació de l'hexàgon amb la perspectiva isomètrica; la isomètrica es basa en els angles de l'hexàgon per raons de «compactació». Imatge disponible a: <http://www.edificacion.upm.es/geometria/jpa/hexaedro%2002.html>. [Data de consulta: 15.03.2020].

4) El sis és un nombre perfecte. En la imatge, representació del número 28, que també és un nombre perfecte. Matemàticament, el número 6 és un nombre perfecte. S'entén com a tal el nombre enter que és igual a la suma dels seus divisors: $1 + 2 + 3 = 6$. El següent és el número 28, però resulta que entre els primers trenta milions de números només hi ha 4 nombres perfectes! Per donar una idea de la seva raresa, només cal dir que actualment es coneixen 51 nombres perfectes. I el número 51 té gairebé cinquanta milions de dígitos! És a dir, no n'hi ha gaires, i tenen característiques peculiars: tots són representables mitjançant hexàgons. Imatge disponible a: <https://soymatematicas.com/numeros-perfectos/>. [Data de consulta: 15.03.2020].

Com hem vist, l'hexàgon està íntimament relacionat amb la circumferència. Subdividint el cercle en parts iguals al radi, obtenim una divisió en sis costats. Podeu veure un exemple de geometria molt senzilla en el vídeo de més amunt (imatge superior esquerra). Allí s'explica com trobar l'hexàgon a partir d'un segment donat.

Per la seva relació amb el triangle, amb el cub i amb la circumferència, l'hexàgon és un gran generador de formes modulars. En el fascinant món dels tessellats tridimensionals, l'hexàgon és un patró recurrent.



1) Dodecaedre ròmbic, un dels poliedres que tessellen l'espai. Imatge disponible a: <https://3dwarehouse.sketchup.com/model/e5584e0213728efd98f7752d0dcf0d15/dodecaedro-rombico?hl=es>. [Data de consulta: 15.03.2020].

2) *Colour vision kaleidoscope* (2003), Studio Olafur Eliasson, vidre i estructura de fusta. Imatge disponible a: <https://olafureliasson.net/archive/artwork/wek100973/colour-vision-kaleidoscope#slideshow>. [Data de consulta: 15.03.2020].

3) Ai Wei, *Untitled (Foster Divina)* (2010), fusta, icosaedre truncat, un dels sòlids d'Arquimedes, combinació d'hexàgons i pentàgons. Imatge disponible a: https://www.kollerauktionen.ch/en/100826-0001-5041-ai-weiwei-ohne-titel-foster-5041_434789.html?recpos=6. [Data de consulta: 15.03.2020].

4) Cúpula geodèsica basada en l'hexàgon de l'estudi danès Atelier Kristoffer Tejlgaard. Imatge disponible a: <https://www.atelierkristoffertejlgaard.com/portfolio>. [Data de consulta: 15.03.2020].

2. Hexàgon i tessellacions del pla

2.6. Per anar llegint

«Esta figura, hecha de dos triángulos equiláteros superpuestos, uno con la punta hacia abajo y el otro hacia arriba, de modo que el conjunto constituye una estrella de seis puntas, es una de las representaciones simbólicas más universales. Se encuentra en la India con el nombre de “yantra”; entre los hebreos, los cristianos y los musulmanes, con el nombre de “sello de Salomón”. También figura en la glíptica de las civilizaciones mesoamericanas. En la filosofía hermética representa la síntesis de las fuerzas evolutivas e involutivas, a través de la interpenetración de los dos temarios. La tradición hindú ve en él la unión de Shiva y Shakti, dicho de otro modo, la hierofanía fundamental. Hablando en términos psicológicos, para la escuela junguiana, esta unión de los contrarios simboliza “la unión del mundo personal y temporal del yo con el mundo no personal, intemporal del no yo”».

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos* (pàg. 562). Barcelona: Herder.

«Imaginemos ahora la profusión de simetrías circulares restringida a un plano. Por ejemplo, las burbujas de la espuma de un detergente tienden a ser esféricas en el espacio de tres dimensiones. Sin embargo, si constreñimos la solución jabonosa entre dos vidrios planos, tendremos ante nosotros burbujas circulares de diámetro parecido compitiendo entre sí por ocupar el espacio plano disponible. Una burbuja sin otras vecinas en su entorno inmediato presentará una forma de disco perfecto. Si la población de burbujas aumenta, cada disco tenderá a rodearse de hasta otros seis discos tangentes. El plano tenderá entonces a llenarse de círculos. Solo quedarán libres unos característicos intersticios entre los puntos de tangencia. Pero atención: si la presión de la población de círculos sigue creciendo, el espacio perdido de los intersticios tenderá a desaparecer porque los círculos se deforman hasta que el plano queda perfectamente pavimentado con una nueva forma emergente: el hexágono».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pàg. 184). Barcelona: Tusquets.

«Sin que viniese a cuento, ni figurase en el programa, ni correspondiese con la época contemporánea que estábamos tratando, se descolgó con una disertación –no sé si personal pero brillantísima– de lo que significó para la historia de la arquitectura y de la humanidad el descubrimiento de planos horizontales. Nos hizo ver cómo el plano horizontal como superficie transitable tuvo que ser una aportación de la creatividad humana, pues en la naturaleza no se encuentra jamás, ya que solo en el agua en reposo hallamos esta geometría, y sobre el agua no se puede, fuera de las Sagradas Escrituras, andar. Nos hizo imaginar cómo el hombre, liberado del engorro de caminar atento a los accidentes del terreno, pudo comenzar a peripatear a la vez que pensaba en sus cosas, y así aficionarse a los razonamientos abstractos que le habían de llevar a la filosofía».

Tusquets, O. (1998). *Todo es comparable* (pàg. 86). Barcelona: Anagrama.

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Gestner, K. (1988). *Las formas del color*. Madrid: Blume.

Tusquets, Ó. (1998). *Todo es comparable*. Barcelona: Anagrama.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

Zenil, H. (2011). *Lo que cabe en el espacio*. México: CopIt-arXives.

3. Espirals i hèlix

3.1. Introducció

L'espiral és una corba generada per un punt que s'allunya d'un centre i gira al voltant seu al mateix temps. És a dir, és una corba el radi de curvatura de la qual creix sense parar. En llenguatge matemàtic es parla del punt d'origen com a «pol». Imaginem una línia recta que té el seu extrem en el pol i que «escombra» circumferències com la maneta d'un rellotge. A aquesta recta l'anomenarem vector. Un punt desplaçant-se en aquesta recta o vector que, al seu torn, gira com la maneta dibuixarà una trajectòria espiral.

L'hèlix, en canvi, és un tipus d'espiral diferent la curvatura de la qual no comença des d'un origen definit ni canvia en el seu avanç. Les tangents de la corba que descriu formen un angle constant, seguint una direcció fixa en l'espai. És la translació d'un moviment circular. N'hi ha de diversos tipus, segons si es desenvolupen en un cilindre, un con o una esfera.

Ens centrarem en dos grans tipus d'espirals: l'espiral d'Arquimedes o aritmètica, i l'espiral logarítmica o equiangular.

L'espiral d'Arquimedes

L'espiral d'Arquimedes és aquella en la qual el radi vector (la maneta) gira uniformement, i el punt que es desplaça sobre ell mateix també ho farà uniformement. Descriurà així una espiral amb una corba de creixement uniforme. És a dir, el radi de l'espiral augmentarà de manera aritmètica, en voltes successives i iguals. Per a visualitzar-la, podem imaginar una corda marinera enrotllada sobre si mateixa.

L'espiral logarítmica

Al contrari que en l'espiral d'Arquimedes, el seu creixement augmenta constantment a cada volta. És a dir, el punt que es mou al voltant del radi vector no ho fa uniformement sinó que la seva velocitat augmenta a mesura que augmenta la distància respecte del pol. Cada volta que talla el radi vector serà més ampla que la seva predecessora. És l'espiral de la majoria de petxines.

Anirem veient, a través d'exemples, diferents tipus d'espirals i d'hèlixs en realitats diferents. Com en la resta de capítols, seguirem l'esquema proposat en la introducció per intentar comprendre com sorgeix l'espiral en la naturalesa i quines funcions fa. Anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar els tres grans àmbits d'interrelació proposats: el món físic com a pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants: físics, biològics i culturals.

3. Espirals i hèlix

3.2. Espirals i hèlixs en el món com a pura interacció de forces

L'espiral en el món físic o de la matèria inerta com a pura interacció de forces té emergències segons rangs de grandàries i per mecanismes molt dispars. Les galàxies són les més grans. Se sap que dos terços dels centenars de milers de galàxies conegudes són espirals, encara que la seva forma és un complex problema teòric en el qual cada estrella és una partícula en aquest immens fluid.



1) Grand Spiral Galaxy NGC 1232. Imatge disponible a: <https://apod.nasa.gov/apod/ap171226.html>. [Data de consulta: 15.03.2020].

2) Ull de l'huracà Florence. Imatge disponible a: https://www.nationalgeographic.com.es/naturaleza/actualidad/por-que-se-estan-formando-tantos-huracanes-tropico-este-septiembre_13158. [Data de consulta: 15.03.2020].

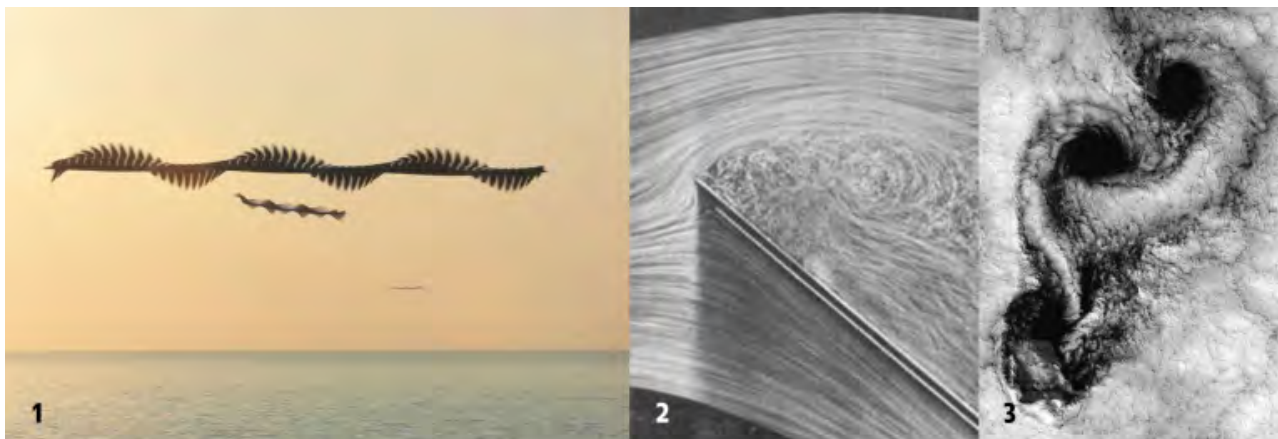
3) Espiral generada per la turbulència de l'ala d'un avió, acolorida amb fum, en un espectacle d'aviació. Imatge disponible a: <https://es.wikipedia.org/wiki/v%C3%B3rtice>. [Data de consulta: 15.03.2020].

Passant a l'altre extrem, al món d'allò minúscul, podem tornar a la reacció de Belousov-Zhabotinsky. Ja hem esmentat, en l'apartat «Simetria circular i esfèrica», aquest fenomen químic tan curiós de naturalesa oscil·lant. Es tracta d'una reacció química poc comuna que, donades unes condicions inicials, oscil·la o canvia d'estructura i de color rítmicament, en un procés en el qual es generen cercles concèntrics i belles espirals d'Arquimedes.

Pel que fa a les hèlixs no vives, trobem molts exemples a l'entorn dels fluids, en l'aire i en l'aigua. Són hèlixs els huracans i els tornados, els remolins d'aigua i moltes turbulències generades per la immersió d'un sòlid en un entorn fluid més o menys viscos: la interacció de líquids, la cua d'un peix, les ales d'un avió... sota certes condicions crítiques generen turbulències espirals. L'hèlix es genera a l'interior mateix d'un altre fluid.

Apareix per la immersió d'un cos (o bé, d'un líquid, o d'un gas) en un altre i desapareix per la pròpia fricció que es genera entre ells. En l'aspecte purament físic, tant l'espiral com l'hèlix estan molt relacionades amb el concepte de *fricció*. Mentre l'espiral fricciona amb si mateixa (una petxina de caragol, una galàxia...), podríem dir que l'hèlix s'«especialitza» a friccionar un material amb un altre (un fluid dins d'un altre, un cordill dins d'un cordill, formant una corda...).

Podem entendre-ho molt bé amb la tercera imatge que trobem més a baix: el torn com a corriola simple, molt utilitzat en pous per a pujar aigua. La corda s'enrotlla helicoidalment sobre el cilindre, on la força de fricció creix exponencialment amb el nombre de voltes o espirals de l'hèlix. L'hèlix agafa.



1) Bou, X. «Ornitografía 34», els ocells creen un moviment helicoidal amb les ales. Imatge disponible a: <http://www.xavibou.com/index.php/project/ornitographies>. [Data de consulta: 15.03.2020].

2) Formes que genera el flux a través d'un conducte i en impactar contra una superfície que ofereix resistència. Imatge disponible a: <https://slideplayer.es/slide/3613630/>. [Data de consulta: 15.03.2020].

3) Carrers de vòrtex de Von Karman en núvols. Imatge disponible a:

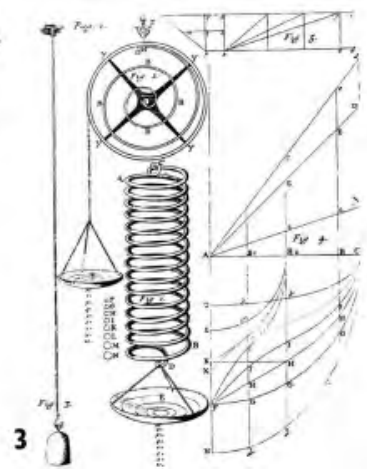
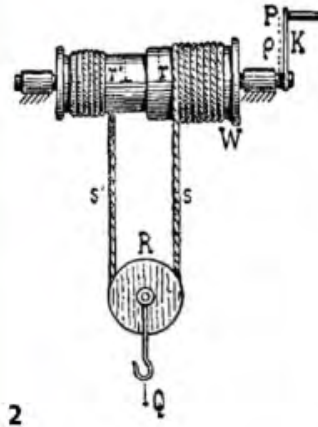
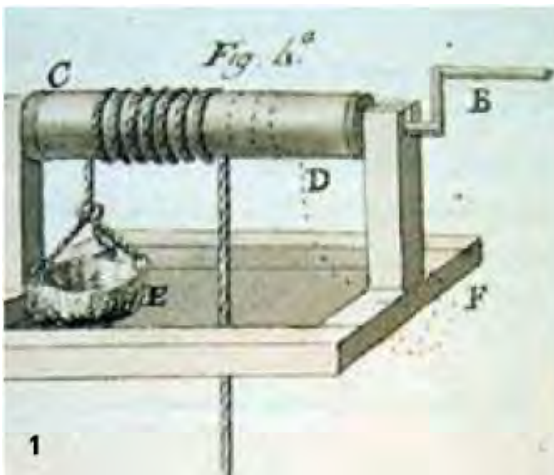
https://es.wikipedia.org/wiki/calle_de_v%C3%B3rtices_de_von_K%C3%A1rm%C3%A1n#/mitjana/Arxiu:Vortex-street-1.jpg. [Data de consulta: 15.03.2020].

Vegeu també:

Ens remetem aquí a l'apartat «Tècniques de construcció», que forma part del toolkit de la UOC. Les construccions més primitives utilitzen l'hèlix primer per a fabricar les cordes, que són hèlixs d'hèlixs, material fibrós trenat («helicoidat», podríem dir) sobre si mateix. Posteriorment, les cordes són utilitzades per a fer unions entre diferents elements, utilitzant també la força de l'hèlix per a unir-los.

Moltes tècniques de cistelleria tradicional i de patrons de nusos com els utilitzats en el ganxet o els boxets utilitzen l'espiral per a desenvolupar models i fer-los créixer gradualment.

Així doncs, en el món físic, l'espiral-hèlix apareix molt relacionada amb la mecànica de fluids, i en interaccions químiques estranyes, però amb molt poca permanència i estabilitat (excepte en el cas de les galàxies). Sobretot, com veurem, la trobarem en el món viu, on la selecció natural l'ha afavorit per a funcions molt específiques.



1) Corriola de torn. Imatge disponible a: https://www.proyectoarrayanes.org/extraccion_desague.php. [Data de consulta: 15.03.2020].

2) Torn diferencial. Imatge disponible a: [https://es.wikipedia.org/wiki/torno_\(f%C3%ADsica\)](https://es.wikipedia.org/wiki/torno_(f%C3%ADsica)). [Data de consulta: 15.03.2020].

3) Il·lustració de Robert Hooke, contemporani de Newton, qui va formular la llei d'elasticitat dels materials el 1676; el ressort utilitza la forma helicoidal per a estirar-se sense deformar-se. Imatge disponible a: <https://www.alamy.es/imagenes/ley-de-elasticidad.html>. [Data de consulta: 15.03.2020].



1) Pic de tuçà. Imatge disponible a: <https://www.muyinteresante.es/naturaleza/articulo/recrean-el-desarrollo-del-pico-de-las-aves-481431449615>. [Data de consulta: 10.03.2020].

2) Banya de vaca. Imatge disponible a: https://www.freepik.es/fotos-premium/cuerno-vaca-naturaleza_3962142.htm. [Data de consulta: 10.03.2020].

3) Pinça de llagosta. Imatge disponible a: <https://dipng.com/png/251418>. [Data de consulta: 10.03.2020].

Com ja hem apuntat, gairebé totes les cues i trompes es guarden en espiral, quan no s'usen. Però quan s'usen... s'usen en hèlix! Principalment, per a agafar. L'espiral s'helicoiditza per enroscar-se. Així la utilitzen els trepadors en els arbres, el cavallet marí perquè no se l'emporti el corrent, o l'elefant per a tirar troncs amb la trompa.

També en el món vegetal trobem nombroses espirals en diverses condicions i ambients. Són molts els casos en els quals l'estalvi d'espai importa. Així, es despleguen en espiral plantes i fruits, com ara les falgueres, les carxofes, les pinyes i molts cactus. L'espiral disposa la planta i les flors a les seves condicions òptimes de captació de llum: el naixement de les fulles des de la tija en moltes plantes genera un patró espiral, els gira-sols i moltíssimes flors segueixen patrons espirals, sigui per empaquetament o per captació de llum amb eficiència màxima.

Si parlem d'agafar, agafar-se o mantenir-se, l'hèlix és l'opció més difosa. La selecció natural afavoreix formes de llavors que, en caure, ho fan en hèlix. Nombroses llavors utilitzen un moviment helicoidal per a sostenir-se en l'aire i viatjar el més lluny possible. És a dir, giren sobre si mateixes per descriure una trajectòria en hèlix en la seva caiguda i així fer-la durar una mica més, conquistant l'espai circumdant.

Les plantes utilitzen l'hèlix també per a agafar-se físicament i grimpar a la recerca de llum. Una selva tropical està sostinguda per hèlixs, en una competència sense igual per la captació de llum.



1) Hèlix de carabassa buscant sustentació. Imatge disponible a: <https://metode.es/wp-content/uploads/2011/06/67-60.jpg>. [Data de consulta: 11.03.2020].

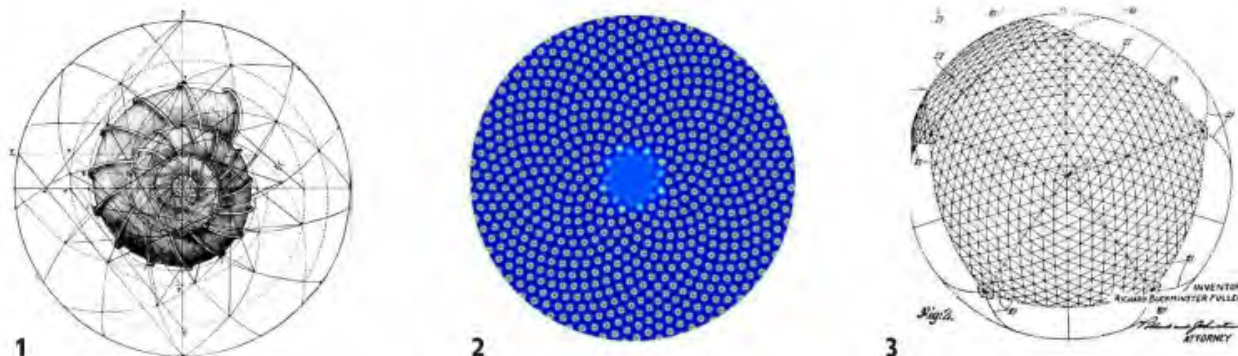
2) Liana. Imatge disponible a: https://travel.mongabay.com/belize/images/belize_8200.html. [Data de consulta: 11.03.2020].

3) Moltes llavors adopten una forma tal que la seva caiguda es fa en hèlix. Així s'«agafen» a l'aire per més temps. Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=fk3yhmortbi>. [Data de consulta: 11.03.2020].

3. Espirals i hèlix

3.4. Espirals i hèlixs en el món culte

L'espiral és un símbol complex en la realitat culta, que forma part de moltes cultures des de la prehistòria. Des de la dansa fins als moviments còsmics, «l'espiral evoca l'evolució d'una força, d'un estat» (*).



1) Colman, S. (1912). *Nature's Harmonic Unity* (pàg. 132). Nova York. Imatge disponible a:

http://iapsop.com/ssoc/1912_colman_coan_natures_harmonic_unity.pdf. [Data de consulta: 11.03.2020].

2) Patró generat pel model matemàtic de creixement del cap d'un gira-sol desenvolupat per Pennybacker i Newell.

Imatge disponible a: <https://www.investigacionyciencia.es/noticias/la-aritmtica-del-girasol-11182>. [Data de consulta: 11.03.2020].

3) Disseny de Fuller, B. Imatge disponible a: <https://www.our-ghsts.com/inspiration>. [Data de consulta: 11.03.2020].

El seu moviment, d'expansió o de concentració en funció del seu gir, carrega l'espiral de significacions simbòliques. En el seu moviment expansiu manifesta un desenvolupament cíclic però en moviment, una rotació en progrés, una continuïtat (de l'existent, del desitjat...), una repetició dels ritmes de la vida. Per això és també un símbol de fecunditat, un centre en expansió que representa abstractament la continuïtat.

En el seu moviment concèntric s'associa amb el laberint, i sol simbolitzar una renovació, el viatge al centre, una cerca. Però també s'associa a les forces destructores del remolí i de l'huracà. Es converteix així en una síntesi de destrucció i renovació.



1) Corda enrotllada. Hèlix d'hèlixs enrotllada com a espiral d'Arquimedes. Imatge disponible a:

<https://sp.depositphotos.com/53124799/stock-photo-rolled-rope.html>. [Data de consulta: 11.03.2020].

2) Un dels primers discos de vinil, dels anys quaranta. L'espiral empaqueta i emmagatzema. Imatge disponible a:

<https://www.yorokobu.es/discos-perforados>. [Data de consulta: 11.03.2020].

3) Rèplica en 3D d'una de les esferes trobades a Escòcia, datada entre el 3200 i el 2500 aC, decorada amb motius d'espiral. Imatge disponible a: <https://arthistoryproject.com/timeline/prehistory/neolithic/towie-ball>. [Data de consulta: 11.03.2020].

Les qualitats de l'espiral s'apliquen arquitectònicament a l'escala de caragol. L'espiral estalvia espai, empaqueta, de manera que permet salvar grans desnivells en molt poc espai. Com hem vist al principi, les característiques físiques de l'espiral s'han utilitzat com transmissores de forces, sigui per a sostenir pesos, traslladar aigua, enroscar, etc. Hem vist com el regne vegetal utilitza l'hèlix per a sostenir-se, però el nostre món industrial i tecnològic també està absolutament sustentat per hèlixs! Ponts, edificis, mobles, electrodomèstics, electrònica, motors... L'associació d'indústria i tecnologia seria impensable sense la força d'agafada de l'hèlix!

3. Espirals i hèlix

3.5. Construcció i possibles materialitzacions de l'espiral



1) Fotograma del vídeo *Espiral d'Arquimedes + Espiral logarítmica. La memòria del cel*, Victor Masferrer. Imatge disponible a: <https://vimeo.com/385641895>. [Data de consulta: 11.03.2020].

2) *Care spiral* (2016), Studio Olafur Eliasson, tub d'acer. Imatge disponible a: <https://olafureliasson.net/archive/artwork/wek110115/power-and-care-spirals>. [Data de consulta: 11.03.2020].

3) Robert Smithson, *Spiral Jetty* (1970), instal·lació/construcció en el Gran Llac Salat d'Utah. Imatge disponible a: <https://matemolivares.blogia.com/2016/112002-spiral-jetty-una-fantastica-escultura-en-el-gran-lago-salado-de-utah.php>. [Data de consulta: 11.03.2020].

4) Mery Beth Edelson (1975), *Goddess head. Double spiral*, fotografia. Imatge disponible a: <http://lebastart.com/2018/11/el-territorio-y-sus-estratos-recorrer-el-cuerpo-campo-traves/mary-beth-edelson-goddess-head/>. [Data de consulta: 11.03.2020].

L'espiral, com es mostra en el vídeo enllaçat més amunt, es pot generar amb un desplaçament rectilini sobre una plataforma giratòria. Segons la velocitat d'aquest moviment rectilini, sigui constant o no, generarem diferents tipus d'espivals: espivals d'Arquimedes i/o espivals logarítmiques.

L'espiral, amb tota la seva càrrega simbòlica i la seva força visual, ha estat i és un motiu recurrent en molts camps artístics, des de l'escultura fins a la instal·lació, amb el seu ús simbòlic. La seva senzillesa i alhora la seva riquesa la connecten directament amb l'acte artístic, concentrant (i empaquetant?) complexitat.

3. Espirals i hèlix

3.6. Per anar llegint

“ «En el crecimiento de una concha, no podemos concebir una ley más simple que esta, a saber, que se ensanchará y alargará con las mismas proporciones invariables; y esta, la más simple de las leyes, es aquella que la Naturaleza tiende a seguir. La concha, al igual que la criatura que alberga, crece en tamaño *pero no cambia de forma*; y la existencia de esta relatividad constante de crecimiento, o semejanza constante de forma, es la esencia, y puede ser la base de una definición, de la espiral equiangular».

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma* (pàg. 177). Madrid: Akal.

“ «La espiral es una forma muy probable en la realidad culta. Un vistazo rápido a cualquier ferretería o cualquier hogar moderno mínimamente equipado nos convence de que la espiral continúa empaquetando por selección cultural. En efecto, en nuestra vida diaria nos hemos acostumbrado a usar objetos irremediamente largos. Pensemos por ejemplo en el papel higiénico, el papel de cocina o el de embalar, en la cinta adhesiva, las clásicas casetes de audio o vídeo, las antiguas películas, en los antiguos discos de microsurcos, en los modernos discos compactos, en ingenios festivos como serpentinas y matasuegras... La eficacia de la espiral se demuestra con un ejercicio mental: desháganse mentalmente todas las espirales que tenemos en casa, está bien claro que no quedará en ella espacio para vivir. Espirales y más espirales».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pàg. 203). Barcelona: Tusquets.

“ «The same double-spiral form can be seen in other plants: in the leaflets of a pine cone (most easily seen by looking down at the base), the leaves twisting along the branches of a monkey-puzzle tree, the segments on the skin of pineapple, and the florets of a Romanesco cauliflower head. All the arrangements are examples of so-called phyllotaxis, which literally means “leaf motion”.

If you count the numbers of spirals in each set, you find that they only take certain values. For pine cones, these special pairings are generally $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, or $\frac{8}{13}$. For smaller sunflowers there might be 21 spirals in one direction, 34 in the other. For very large heads, there might be as many as 144 and 233. But only these pairs of numbers -never, say, 22 and 35. Why are some of these numbers favored over others?

Each of these pairs corresponds to two adjacent numbers in a sequence in which each number is the sum of the previous two. If we start the sequence from the smallest pairing possible (0 and 1), then it runs like this: 0,1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,...

Because this sequence was first written down in 1202 by the Italian mathematician Leonardo of Pisa, known as Fibonacci, it is called the Fibonacci series. The ratio of two successive terms in the series gets ever closer to a constant value as the numbers get larger: a number called the Golden Mean, roughly 1,618».

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshall.

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma*. Madrid: Akal.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

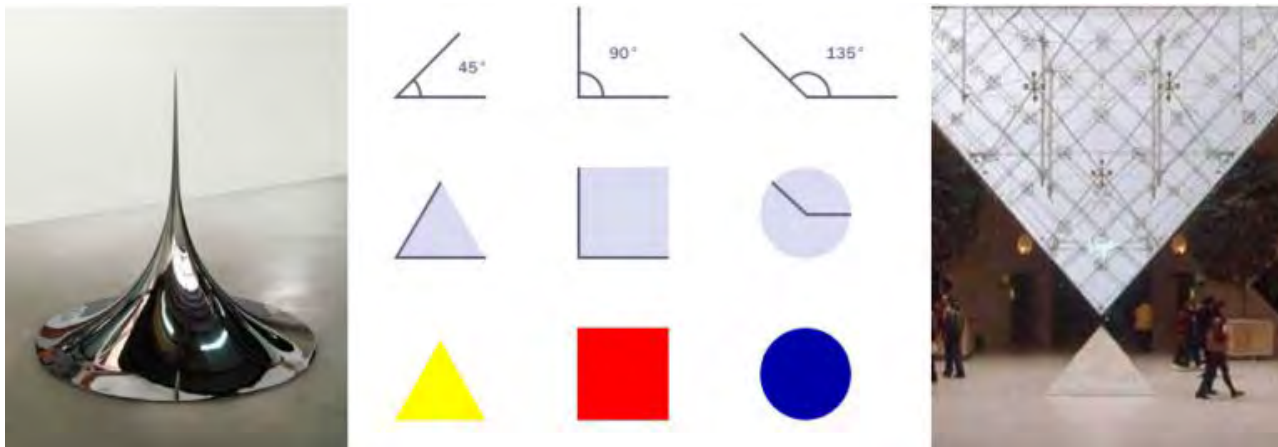
Wagensberg, J. (2004). *La rebelió de les formes*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El món com a obra d'art*. Barcelona: Crítica.

4. L'angle i la concentració de forces

4.1. Introducció

L'angle pot ser definit geomètricament com la concurrència o convergència de dues rectes en un punt anomenat vèrtex. La punta d'un triangle, la punta d'un con o d'una piràmide, sigui de superfícies o de volums, és un punt on conflueixen, concorren i es concentren coses. Qualsevol matèria que es distribueixi sobre línies, superfícies o volums es concentra a mesura que s'acosta al vèrtex d'un angle. L'angle les concentra, les porta a un punt màxim d'unió. Remoure pintura en una galleda cilíndrica amb un pal és molt fàcil, no hi ha resistència del líquid. Fer-ho en un cub quadrat o rectangular ho complica molt, les cantonades de les parets concentren el material. Hem vist en altres apartats («Espiral») com els fluids generen turbulències espirals quan són canalitzats a través d'un conducte angulós.



1) Kapoor, Anish, *Spire* (2004), acer inoxidable. Imatge disponible a: http://www.artnet.com/artists/anish-kapoor/spire-d_owmzjcn-n1y2zcjizmog2. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Forma i color en Kandinski. Imatge disponible a: <http://www.dicecomunicacion.com/blog/forma-y-color-en-kandinsky>. [Data de consulta: 09.03.2020].

3) Piràmide invertida del Louvre. Imatge disponible a: <https://www.actualidadviajes.com/la-piramide-invertida-del-louvre>. [Data de consulta: 09.03.2020].

Quan canalitzem o concentrem un fluid, aquest augmenta de velocitat, amb la qual cosa disminueix la seva pressió i es refreda. És el que s'anomena l'efecte Venturi. Gràcies a aquest fenomen es produeixen diferències de pressió que s'utilitzen en diverses tecnologies, des de l'aerodinàmica i l'aeronàutica fins als polvoritzadors de pintura. Quan canalitzem aire per la pistola es produeix una diferència de pressió que «estira» la pintura, la mescla amb l'aire i surt a través del difusor. A l'interior de la pistola hi ha un embut que «concentra» l'aire.

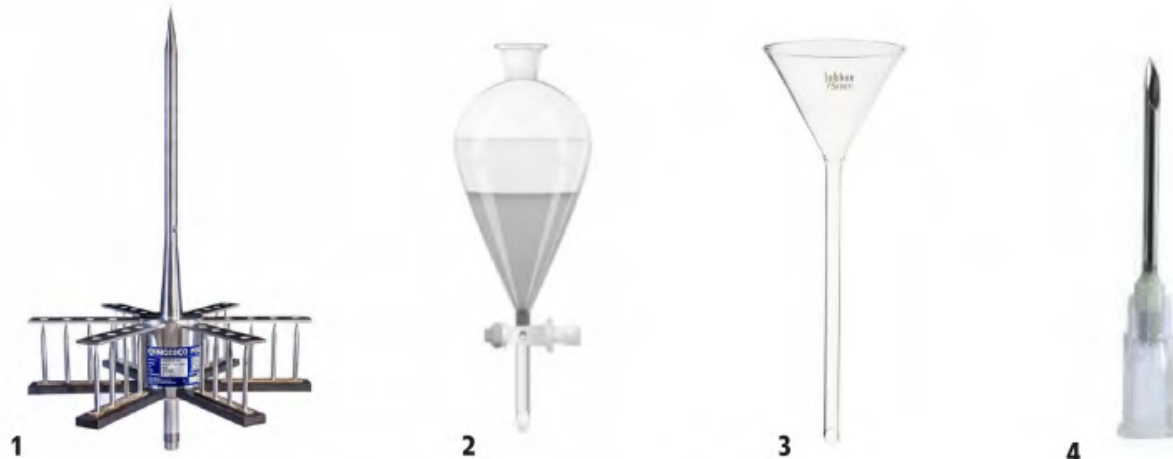
A diferència de la teoria de Kandinski (figura 1.2) podríem dir que, físicament, un angle és fred. Si traiem baf amb la boca oberta (circular), aquest surt calent. Si, per contra, bufem amb els llavis serrats, surt fred. L'embut, l'angle, concentra i refreda l'aire.

Seguint l'esquema proposat en la introducció, anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar els tres grans àmbits d'interrelació: el món físic en pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants: físics, biològics i culturals.

4. L'angle i la concentració de forces

4.2. L'angle en el món com a pura interacció de forces

Si parlem de càrregues elèctriques, podem pensar en un parallamps la punta afilada del qual atreu les càrregues elèctriques de l'atmosfera. Les càrregues no es distribueixen per igual en un conductor, sinó que es concentren en les puntes i en els talls. Si parlem de líquids, podem pensar en l'efecte embut. El con pressiona el líquid i el concentra. En el laboratori químic podem trobar gran diversitat d'embuts; la forma ens parla de la precisió.



1) Parallamps. Imatge disponible a: <http://www.tecnoprotect.com/es/pdce/tipos-de-pararrayos>. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Embut decantador. Imatge disponible a: <https://www.dedietrich.com/es/soluciones-y-productos/extraccion/extraccion-liquido/liquido>. [Data de consulta: 9.03.2020].

3) Embut de laboratori. Imatge disponible a: <http://www.metrodis.fr/1830.4.63.104.entonnoir-tige-longue#>. [Data de consulta: 09.03.2020].

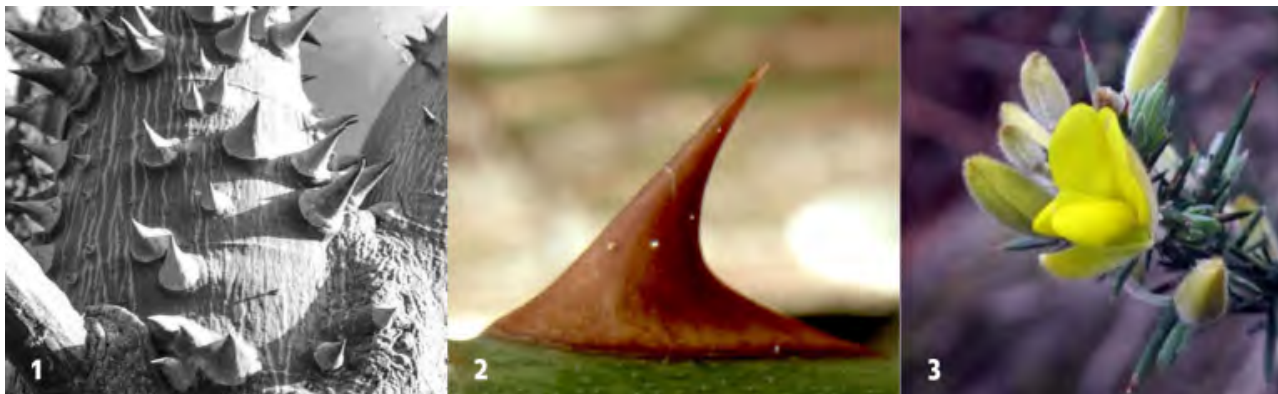
4) Xeringa hipodèrmica. Imatge disponible a: <https://www.henryschein.es/es-es/medicina/p/inyeccion-infusion/aguja-hipodermicas/aguja-hipodermica-transparente-16-g-1-6-x-25-mm-100-unidades/900-3631>. [Data de consulta: 09.03.2020].

Si parlem de força, podem pensar en una agulla o en qualsevol objecte punxant: la pressió és igual a la força que s'exerceix per la unitat de superfície. A menor superfície, major pressió. Un caire rom exerceix menor pressió que un ganivet afilat, el tall del qual té menor superfície. Un bolígraf exerceix menor pressió que una agulla, amb la qual podem travessar la pell sense fer gens d'esforç. L'angle concentra i penetra. Les forces físiques hi convergeixen.

4. L'angle i la concentració de forces

4.3. L'angle en el món viu

L'angle penetra. És una solució perfecta adoptada per nombroses espècies per selecció natural com a defensa i atac. Hi ha una grandíssima profusió de puntes en el món vegetal, de materials i formes molt diversos, la funció principal de les quals és la defensa passiva enfront d'animals. La força exercida per un animal que vulgui menjar-se determinat fruit o grimpar per determinat arbre topirà amb la incidència feridora i dissuasiva d'aquestes puntes.



1) *Chorisa Speciosa*; cobreix el seu tronc d'espines molt dures; és difícil de grimpar-hi fins i tot amb uns bons guants. Imatge disponible a: <https://deskgram.co/explore/tags/chorisiaspeciosa>. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Espina de rosa, la més clàssica de les espines. Imatge disponible a: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8c/rose-thorns.jpg>. [Data de consulta: 09.03.2020].

3) *Ulex Europaeus*; l'acàcia caven és un arbust que, com el seu nom indica, està completament ple d'espines; no obstant això, té associats més de vint insectes que en pol·linitzen les flors; les espines el protegeixen de ser menjat, i les seves acolorides flors atreuen molts insectes. Imatge disponible a: <https://www.asturnatura.com/especie/ulex-europaeus.html>. [Data de consulta: 09.03.2020].



1) Les espines dels cactus són fulles endureïdes. Imatge disponible a:

<https://www.vix.com/es/btg/curiosidades/3938/por-que-los-cactus-tienen-espinas>. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Llavor de tríbol, el seu fruit s'endureix molt, i la disposició de les seves punxes és perfecta per a punxar rodes de bicicleta o clavar-se a les potes dels animals. Imatge disponible a: <https://www.instructables.com/id/slime-your-presta-valve-bicycle-tubes>. [Data de consulta: 09.03.2020].

3) Fruit de l'estrimoni; les seves punxes avisen de la seva gran toxicitat? Imatge disponible a:

<https://hogar.uncomo.com/articulo/11-plantas-que-tienen-espinas-49460.html>. [Data de consulta: 09.03.2020].

Els cactus minimitzen al màxim la superfície de les seves fulles fins a convertir-les en agulles, en aquest cas, amb subfuncions diverses: per a minimitzar la pèrdua d'aigua, com a defensa enfront de depredadors i, en algunes espècies, per a concentrar petites gotes d'aigua de l'atmosfera i de les boires a la punta de les espines per a fer-les lliscar pel tronc fins a les arrels. De nou, veiem com l'angle és capaç de concentrar l'energia, en el cas del parallamps, i l'aigua de l'aire atmosfèric, en el cas del cactus.



1) Dent de tauró. Imatge disponible a: <https://i.ebayimg.com/images/g/qnuaaoswqxzyvnk/s-l1600.jpg>. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Banya de vaca. Imatge disponible a: https://www.freepik.es/fotos-premium/cuerno-vaca-naturaleza_3962142.html. [Data de consulta: 09.03.2020].

3) Agulló d'abella. Imatge disponible a: <https://www.sophisticatededge.com/wasp-sting-home-treatment.html>. [Data de consulta: 09.03.2020].

En el regne animal, la punta troba una grandíssima varietat d'angles, amb una àmplia diversitat de funcions i subfuncions. Els agullons serveixen per a penetrar; les dents, per a atacar, triturar o tallar; les urpes, per a atacar, defensar-se, estripar o agafar-se al terreny. La immensa varietat de banyes serveixen com a defensa i ornamentació amenaçadora. Els becs dels ocells posseeixen funcions concretes segons la seva forma i el seu angle de penetració: un pic rom no està especialitzat, serveix per a picar de tot una mica, com les gallines; un pic com el del blauet és afilat per a penetrar veloçment en l'aigua. La forma ens pot indicar la funció amb molta precisió. Podríem ordenar l'especialització segons la forma. A mesura que l'animal s'especialitza, necessita seleccionar el que recull o augmentar la seva velocitat per a penetrar en un fluid; llavors la seva fesomia s'angula, les seves «puntes» es fan cada vegada més precises. Moure's a través de l'aigua o de l'aire requereix poder penetrar-los. Així, les formes es concentren, s'aguditzen, com més gran és la velocitat requerida, igual que fan les eines o parts de l'organisme concretes que utilitzen: pics, urpes, dents... s'especialitzen i s'«afinen» en funció de l'ús.

4. L'angle i la concentració de forces

4.4. L'angle en el món culte

Entrem en el món culte. Un moment en la història evolutiva (moment en termes geològics) en el qual la selecció natural fa un salt quàntic per començar a establir connexions a uns nivells mai vistos abans, a través d'unes quantes espècies d'homínids. Quan parlem d'un pensament agut, o d'algú molt agut, volem dir que és capaç de percebre les coses amb detall, o que és enginyós, capaç d'elaborar idees amb rapidesa, capaç de «penetrar» les coses per a veure'n les correspondències, les relacions, les diferències. Si parlem d'alguna cosa o d'algú angulós, a la llum de tot el que s'ha dit, podríem dir que té moltes cares, que és «penetrant» i que, alhora, reté, concentra.



1) Bifaç lanceolat de quarsita procedent d'Atapuerca (Burgos, Espanya), datat en uns 350.000 anys. Imatge disponible a: <https://es.wikipedia.org/wiki/paleol%C3%ADtico>. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Punxons de l'època uluziense, paleolític superior. Imatge disponible a: <https://prehistorialdia.blogspot.com/2012/07/la-artesia-domestica-de-los.html>. [Data de consulta: 09.03.2020].

3) Destral de procedència alpina trobada a Harras, Turíngia, Michelsberg Culture (c. 4300-2800 ANE); foto: Juraj Lipták, State Office for Heritage Management and Archaeology Saxony-Anhalt. Imatge disponible a: https://www.tendencias21.net/las-hachas-alpinas-originaron-un-moderno-pensamiento-economico-en-el-neolitico_a45555.html. [Data de consulta: 09.03.2020].

Les primeres evidències d'indústria lítica amb ús de simples còdols tallats són de fa milions d'anys, abans de l'aparició del gènere *Homo*. Segurament, un homínid o primat evolucionat, dotat ja de certa agudesesa mental desenvolupada, va fer la connexió: pot ser que en tallar-se amb un caire afilat s'adonés que podia utilitzar-lo i modelar-lo per al seu propi interès. Això degué donar-li independència del seu entorn; ara podia estripar i tallar les preses amb més celeritat, triturar ossos, defensar-se...

La indústria lítica va durar centenars de milers d'anys, durant els quals s'arriba, juntament amb la indústria òssia, a un alt grau d'especialització en la fabricació de talls, puntes, punxons, rascadors, fletxes o destrals, fins a aconseguir un altíssim grau estètic de simetria i perfecció, alhora que un ús molt especialitzat i jerarquitzat. Per a esquinçar, gratar, clavar o tallar convé concentrar les forces en un tall o en una punta. El treball manual inicia així un desenvolupament continu de les capacitats de relació i de connexió, permet colonitzar altres ambients, diversificar la dieta, protegir-se del fred..., en una primera etapa evolutiva en la qual l'angle adquireix una especial singularitat. Com assenyala Wagensberg (2004, pàg. 227), hi ha dues línies de progrés: «Una línia consisteix en la de la mejora de los materiales: el hueso, el bronce el hierro, el acero... Otra es la mejora de las técnicas de afilado».

Si fem un volt per una ferreteria o per un taller d'escultura, podem veure una infinitat de subfuncions del tall i de la punta: tallar, raspar, gratar, perforar, gravar, polir, serrar, afilar, etc. Així mateix, en un laboratori o en un quiròfan, podríem estudiar la funció del material quirúrgic a partir de la forma que té. La punta afina i aguditza la precisió. Si ens fixem en la tecnologia militar, passem de les esferes dels antics canons, i dels perdigons esfèrics, a les més sofisticades puntes.



1) Bala 444 Marlin. Imatge disponible a: <http://blog.a-cazar.com/los-10-calibres-para-la-nueva-temporada>. [Data de consulta: 10.03.2020].

2) Pintallavis. Imatge disponible a: https://www.charlottetilbury.com/es/product/k-i-s-s-i-n-g-so-marilyn?istcompanyid=aa690df4-7443-4d2d-ab65-0382617ee4bd&istFeedId=2a2d5ea7-95d0-4c17-92c8-c564c1b3bbe6&istItemId=iitpaptxa&istBid=t&gclid=CjwKCAiAsIDxBRAseiwAV76N89YSyXoXvdFIEflGwRKPjptTkplwuegkUc3sw4TVkFR4HUMH60hKR0cVr0QAvD_BwE&gclsrc=aw.ds. [Data de consulta: 10.03.2020].

3) Cragg, Anthony, *Minster* (1992), instal·lació, síntesi entre simetria circular i angle. Imatge disponible a: <https://www.flickr.com/photos/watchman/33518807241>. [Data de consulta: 10.03.2020].

Altres instruments crucials en la història de la tecnologia que utilitzen puntes o talls són els dedicats a l'escriptura. Des d'un simple pal fins als antics cisells o burins, des dels sofisticats bolígrafs que incorporen l'esfera com a punta per a fer sortir la tinta, passant per l'os, la canya de bambú i la ploma d'ocell: les puntes i els talls condicionen el tipus d'escriptura.

Construcció i possibles materialitzacions de l'angle

Qui no ha afilat un pal amb una navalla, o bé raspant-lo contra una pedra? Aquest gest per a fabricar una possible fletxa sembla enfonsar-se en la nit dels temps. El descobriment de la fletxa, amb el seu potencial de penetració, podria equiparar-se al foc. Els seus perills i virtuts s'aprenen molt ràpidament i primerencament.

Les formes parlen i connoten en múltiples direccions, però l'angle ho fa en unes direccions específiques. L'angle penetra, incideix, genera precisió i, com hem vist, concentra i pot arribar a refredar. Potser per això parlem de fred penetrant. També parlem d'angles precisos, o d'alguna cosa o d'algú incisiu, quan va més enllà de la superfície i la penetra. Tot això és començar a comprendre l'angle i les forces que concentra.



1) Mona Haotoum, *Pin Carpet* (1995), *stainless steel pins, canvas and glue*, 3 x 125 x 246 cm. Imatge disponible a: <https://nodisparenalartista.wordpress.com/2013/06/26/mona-hatoum/mona-hatoum-14>. [Data de consulta: 09.03.2020].

2) Gordon Matta-Clark (1974), *Splitting*, Englewood, Nova Jersey. Imatge disponible a: <https://publicdelivery.org/gordon-matta-clark-splitting/>. [Data de consulta: 09.03.2020].

3) Lucio Fontana, *Concepto espacial* (1965). Imatge disponible a: http://www.artnet.fr/artistes/lucio-fontana/concetto-spaziale-attese-n_hmvhzdrtduhkyzpf5ow2. [Data de consulta: 09.03.2020].

Tres usos de les forces i dels potencials expressius i conceptuals de l'angle i del seu rastre: unes agulles en una estora que dona la benvinguda, les incisions de Gordon Matta Clark, o l'escalpel de Lucio Fontana. En els tres casos s'utilitza el rastre d'una incisió que pretén penetrar les nostres sensacions i el nostre cervell.

4. L'angle i la concentració de forces

4.5. Per anar llegint

«La historia de la humanidad respecto del dominio de la materia se divide de hecho en tres grandes edades, desde el lejano *Homo habilis* hasta la edad del bronce prácticamente solo se daba forma a un material encontrado como el sílex. La forma definía la función de una flecha, un rascador, un hacha, un cuchillo. La historia del progreso de la tecnología se medía por el logro de mejores filos y mejores puntas, mejores en el sentido de mayor poder de concentración de fuerzas (mayor presión por menor superficie) y mejores en el sentido de mayor resistencia. El reto tiene su gracia, pues ambos avances parecen contradecirse. Las puntas de flecha de piedra debían romperse y perderse con mucha facilidad. Una línea de progreso consiste en la mejora de los materiales: el hueso, el bronce, el hierro, el acero... Otra es la mejora de las técnicas de afilado. Llegaron luego dos edades importantes. Una fue la edad de transformar la materia. Es la edad de las aleaciones, de la alquimia y de la química, una edad que llega hasta el mismísimo siglo xx de nuestra era. Hoy estamos en la edad de inventar la materia. En efecto, desde que podemos acceder al nivel molecular y atómico de la materia, podemos diseñar materiales a la carta, es decir, primero hacemos una lista de propiedades y luego buscamos un material, que no existe espontáneamente en la naturaleza, y tratamos de sintetizarlo.»

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pàg. 227). Barcelona: Tusquets.

«Los médicos medievales diseccionaban con cuchillos de cocina. La cirugía ordinaria utilizaba a las mil maravillas la navaja de barbero, de hierro primitivo y, por tanto, difícil de mantener afilada. A finales del siglo xv aparecieron cuchillos de hierro mejor templado, hierro que entonces se mezclaba con el mismo sílice que se usaba para el vidrio; estos cuchillos estaban muy afilados gracias a los bloques de piedra compuesta que sustituyeron a la tradicional faja de cuero.

El escalpelo moderno era un producto de esta tecnología. Su hoja era más pequeña y su astil más corto que en el cuchillo de cocina. Los escalpelos aparecieron en distintas variedades adaptados a fines particulares de disección y de cirugía, algunos con filo solo en la punta, para cortar membranas, otros en forma de gancho, pero romos en toda su superficie, para levantar vasos sanguíneos. Las sierras y las tijeras para huesos se convirtieron en herramientas prácticas a comienzos del siglo xvi, aunque estos adminículos habían existido anteriormente en hierro toscamente templado, con bordes tan romos que aplastarían seguramente tantos huesos como los que separaban.»

Sennet, R. (2017). *El artesano* (pàg. 242-243). Barcelona: Anagrama.

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Sennet, R. (2017). *El artesano*. Barcelona: Anagrama.

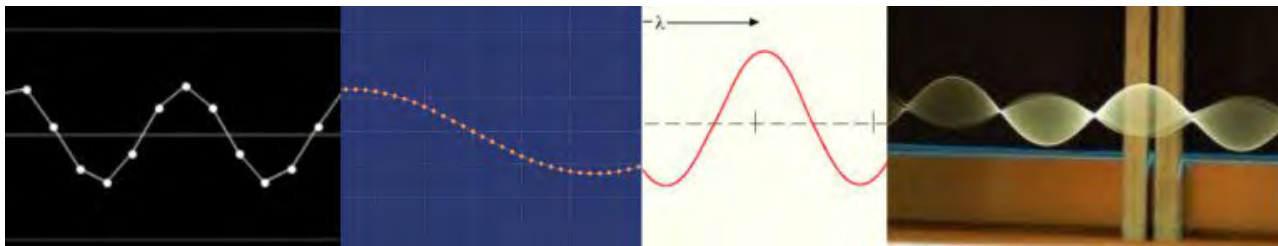
Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

5. L'ona i la transmissió d'energia

5.1. Introducció

Una ona és la manera de manifestar-se d'un fenomen o una pertorbació de l'espai que es desenvolupa en el temps i que implica un transport d'energia sense transport de matèria. Es tracta d'un fenomen oscil·latori, que va i ve, que puja i baixa, caracteritzat per la propagació d'una pertorbació. No hi ha cap pertorbació que no es desplaci segons el moviment ondulatori.



- 1) Simulador de vibració de cordes. Imatge disponible a: <http://www.falstad.com/loadedstring>. [Data de consulta: 16.03.2020].
- 2) Diversos tipus d'ona. Imatge disponible a: <http://cursodeacusticamusical.blogspot.com/2015/11/capitulo-8-ondas-estacionarias-y.html>. [Data de consulta: 16.03.2020].
- 3) L'ona més senzilla o sinusoidal. Imatge disponible a: <https://es.wikipedia.org/wiki/onda>. [Data de consulta: 16.03.2020].
- 4) Ones en una corda. Imatge disponible a: <https://musiqueandoconmaria.com/2018/01/05/otra-forma-de-entender-los-instrumentos>. [Data de consulta: 16.03.2020].

Parlem de pertorbació d'alguna de les característiques de l'espai: pot ser la densitat, la pressió o el camp electromagnètic. Segons el mitjà en què es propaga, podem parlar d'ones mecàniques o d'ones electromagnètiques. Les ones mecàniques necessiten un mitjà elàstic per a la seva transmissió, per exemple, una corda, l'aigua o el so. Les ones electromagnètiques no necessiten un mitjà material per a la seva propagació.

Segons el mitjà en què es desenvolupi l'ona, la seva velocitat canvia. Per exemple, pot ser de centímetres per segon, en el cas d'ones sobre aigua; pot viatjar a la velocitat del so, en el cas de les ones sonores, o a la velocitat de la llum, en el cas de les ones electromagnètiques.

Distingim entre ones transversals i ones longitudinals. Són transversals quan la direcció de la força que exerceix l'ona és perpendicular al seu moviment. Per exemple, un suro en un estany o un vaixell en el mar no seran transportats per l'ona o per l'ona generada per una pedra: el seu moviment serà de dalt a baix. En canvi, el so es mou en ones longitudinals: l'energia que genera l'ona es mou en la mateixa direcció.

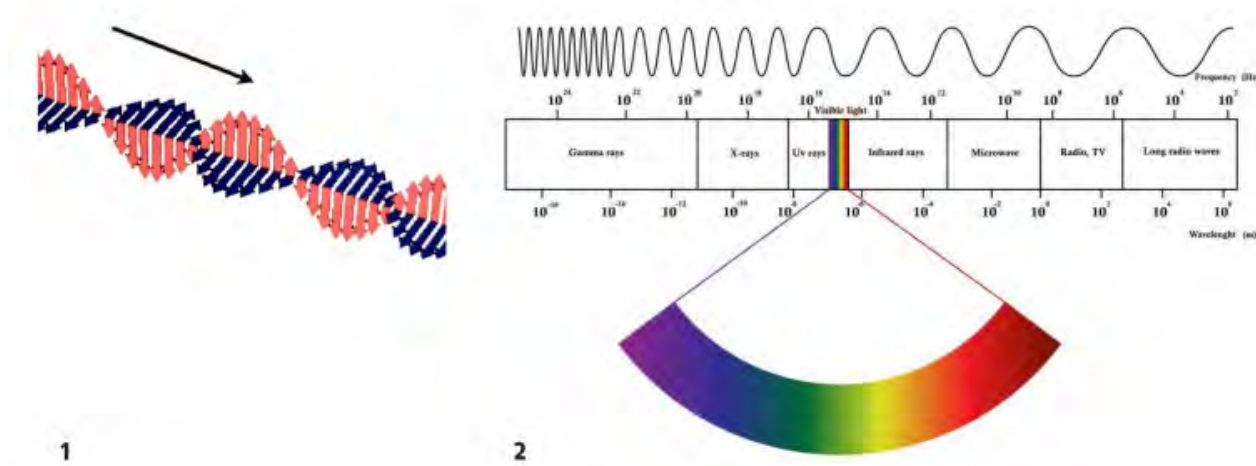
L'estudi matemàtic i físic del fenomen ondulatori va tenir i té implicacions molt importants per al desenvolupament científic i tecnològic. Les ones s'estudien segons la seva longitud (la distància recorreguda per l'ona), freqüència (el nombre d'oscil·lacions en un temps determinat), velocitat de propagació, amplitud, etc. Aquí ens interessaran aquests conceptes només per acostar-nos i sorprendre'ns de la complexitat ondulatoria des d'una perspectiva el més visual possible, per a arribar a establir connexions amb el món de l'art i de la creació.

Seguint l'esquema proposat en la introducció, anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar tres grans àmbits d'interrelació: el món físic com a pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants: físics, biològics i culturals.

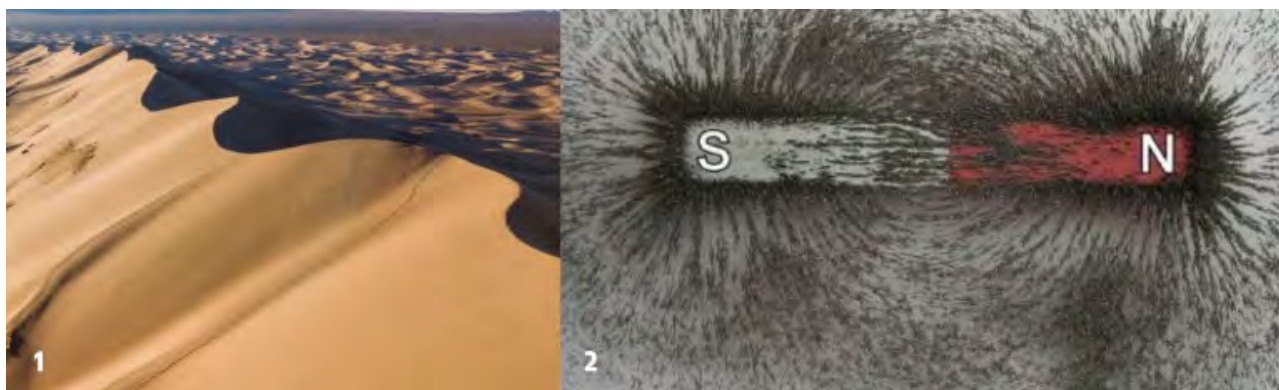
5. L'ona i la transmissió d'energia

5.2. L'ona en el món com a pura interacció de forces

El món inert està pertot arreu ple d'ones que es mouen en totes direccions. La llum, el so, els moviments sísmics, l'aigua moguda pel vent... Com hem vist, es parla de diferents tipus d'ona segons la seva direcció (transversals o longitudinals), i també segons les seves dimensions. Parlem d'ones unidimensionals (per exemple, les que es poden donar en una corda de guitarra), bidimensionals (quan es donen en una superfície com, per exemple, un estany) i tridimensionals (com el so, o els moviments sísmics, que creen esferes de perturbació a partir d'una font o punt inicial).



- 1) Una instantània de la realitat electromagnètica de la llum; els camps elèctrics es mostren com a fletxes vermelles, els camps blaus com a fletxes blaves. A Wilczek, F., *El mundo como obra de arte*, Planeta, Barcelona, 2016 (Làmina W).
- 2) L'espectre electromagnètic inclou molts tipus d'ones. Imatge disponible a: <https://www.livescience.com/38169-electromagnetism.html>. [Data de consulta: 16.03.2020].



- 1) Ones generades pel vent en el desert. Imatge disponible a: <https://mivijaje.com/khongoryn-els-en-el-desierto-de-gobi>. [Data de consulta: 16.03.2020].
- 2) Ones generades pel magnetisme. Imatge disponible a: <https://blogthinkbig.com/experimentos-magnetismo>. [Data de consulta: 16.03.2020].

“ «Al principi, Déu va crear els cels i la terra. La terra era caòtica i desolada, les tenebres cobrien la superfície de l'oceà, i l'Esperit de Déu planava sobre les aigües. Déu digué: –Que existeixi la llum. I la llum va existir. Déu veié que la llum era bona, i separà la llum de les tenebres.»

Gènesi 1,1; 1,4.

Tot el que ens envolta són ones. Llum i so són molt previs a qualsevol receptor capaç de percebre'ls o interpretar-los. Algú, segurament un conjunt de molts escribes i traductors, va imaginar i va anar polint aquest escenari primigeni finalment plasmat en el que avui són els primers versicles del Gènesi bíblic. «Déu veié que la llum era bona»: per altres motius, intentarem arribar a la mateixa conclusió. A partir del que sabem sobre les ones, avui podem aprofundir la nostra comprensió sobre la llum i el so d'una manera que expandeix la nostra experiència, i que es tradueix en tecnologies com la ràdio o internet.

Sense entrar en els detalls, tant la visió com l'audició s'ocupen d'una informació que viatja fins a nosaltres en forma d'ones. La vista s'ocupa de les vibracions electromagnètiques, i l'oïda de les vibracions de l'aire. La nostra percepció es basa en l'ona.

No obstant això, la totalitat de l'espectre electromagnètic i de l'espectre audible és moltíssim més àmplia. Parlem d'infrasons i d'ultrasons en referència a l'espectre audible, així com d'ones de ràdio, microones, llum visible, llum ultraviolada o raigs gamma, si parlem de l'espectre electromagnètic, del qual la llum visible (per als nostres ulls) és només una mínima part de l'espectre.

5. L'ona i la transmissió d'energia

5.3. L'ona en el món viu

En el món viu les ones mouen. Es rept a es neda segons ones transversals. Tots els peixos ho fan així. La força exercida és transversal o perpendicular respecte de l'ona, l'ona es desplaça en un sentit i el moviment oscil·latori empeny l'animal. El mateix succeeix a terra amb el moviment dels rèptils (no sols les serps, també les sargantanes o els cocodrils), que onegen els músculs del seu cos per desplaçar-se. En canvi, els cucs es desplacen segons una ona longitudinal, en el mateix sentit del seu moviment. En aquest cas, el cuc es comporta com una corda, com si es tractés d'un desplaçament unidimensional.



1) Ones generades per una manta-ratlla per generar un moviment. Imatge disponible a: <https://litoraldegranada.ugr.es/el-litoral/el-litoral-sumergido/fauna/cordados-2/vertebrados/peces/el-movimiento-en-los-peces>. [Data de consulta: 16.03.2020].

2) Ones generades pel desplaçament d'una serp a la sorra. Imatge disponible a: <https://fineartamerica.com/featured/snake-track-on-a-sand-dune-science-photo-library.html>. [Data de consulta: 16.03.2020].

3) Ones longitudinals de desplaçament d'un cuc. Imatge disponible a: <http://afarq01gloriaba.blogspot.com/2011/02/estudio-del-gusano.html>. [Data de consulta: 16.03.2020].

Hem parlat ja de percepció, de com la nostra oïda i la nostra vista és sensible a les ones. Les ones transporten energia, que és processada com a informació. Doncs bé, no som els únics. En el regne animal i vegetal s'han desenvolupat multitud de formes de percepció. Percebre és una manera de guanyar independència de l'entorn. Com més control sobre aquesta percepció i més desenvolupada estigui, més possibilitats de supervivència.

Per exemple, sabem que les aranyes, malgrat que algunes tenen molts ulls, no tenen gaire bona vista. No obstant això, han desenvolupat molt la seva percepció tàctil. Calibrar bé les oscil·lacions vibratòries de les teles d'aranya les ha ajudat a identificar les preses i a augmentar les possibilitats d'èxit a menjar i no ser menjat.

Així, la vista, l'olfacte i el tacte es desenvolupen en funció del mitjà i de l'espècie en múltiples estratègies que sorprenen per la seva sofisticació i diversitat: la comunicació per ultrasons de les balenes, el sonar de les ratapinyades, la capacitat de les serps per a detectar ones infraroges o l'especialització de les llagostes, amb molts més receptors de color que nosaltres, la qual cosa els permet veure un rang de l'espectre electromagnètic molt més ampli.



1) Molts patrons de pigmentació animal tenen característiques de fenòmens ondulatoris; zebra. Imatge disponible a: <https://www.ngenespanol.com/animales/nace-una-cebra-con-puntos-en-una-reserva-de-africa>. [Data de consulta: 16.03.2020].

2) Ondulacions en les dunes. Imatge disponible a: https://commons.wikimedia.org/wiki/file:Patterns_in_the_sand,_West_Kirby_beach_-_geograph.org.uk_-_266517.jpg. [Data de consulta: 16.03.2020].

3) *Nautilus*. Imatge disponible a: https://www.ecured.cu/nautilus_pompilius. [Data de consulta: 16.03.2020].

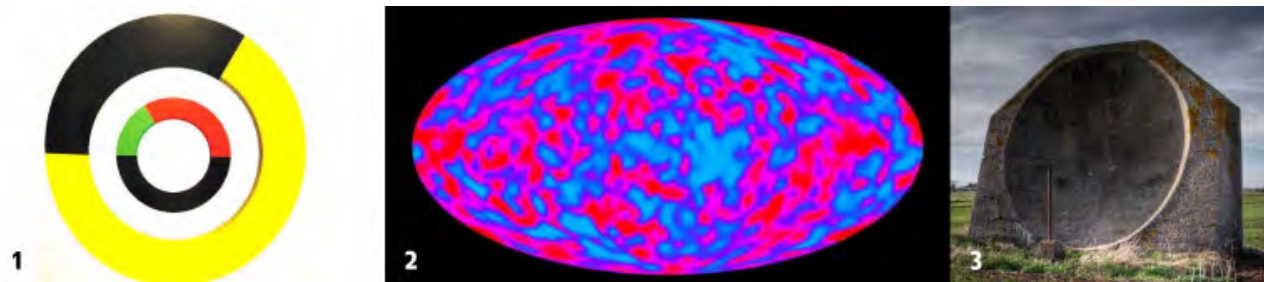
Els exemples en la naturalesa se succeeixen i mai no deixen de meravellar-nos. Hi ha espècies que exploren dimensions del color que escapen absolutament a la nostra consciència. Ocells sensibles a l'ultraviolat, i flors de vívids patrons ultraviolats per a atreure

els seus pollinitzadors. La llum provinent del sol en l'origen no està polaritzada: les seves ones vibren en totes direccions perpendicularment a la línia de propagació. Però, en travessar l'atmosfera terrestre, pateixen una dispersió deguda a molècules i partícules la grandària de les quals és petita en comparació amb la longitud d'ona de la llum, de manera que en cada punt del cel les ones tendeixen a vibrar en una direcció determinada, es polaritzen. Hi ha espècies sensibles a la polarització de la llum, com les abelles, que utilitzen un punt de llum polaritzada per a orientar-se; o les sípies, la sensibilitat de les quals a la llum polaritzada els permet obtenir més informació del seu entorn en un mitjà líquid. Altres espècies animals són magnetoreceptores, capaces de notar la direcció i el sentit del magnetisme de la terra, i d'utilitzar-lo, per exemple, per a orientar-se. Unes altres, finalment, són bioelectromagnètiques: en tots els éssers vius es donen fenòmens elèctrics, però n'hi ha de capaços de generar una reacció elèctrica més enllà del seu cos.

5. L'ona i la transmissió d'energia

5.4. L'ona en el món culte

Des del segle XIX, amb Faraday, Gauss i Maxwell, es comença una revolució, quant a la comprensió del temps i de l'espai, que té gran implicació en la concepció de la física. D'una concepció newtoniana estrictament mecanicista es passa a parlar de camps de força i d'ones electromagnètiques que seran fonament d'una revolució tecnològica.



1) Disc de color de Maxwell; fent-lo girar genera una mescla de vermell i verd. A Wilczek, F., *El mundo como obra de arte*, Planeta, Barcelona, 2016.

2) Radiació còsmica de fons; energia romanent del Big Bang que va donar origen a l'univers. Imatge disponible a: http://astroverada.com/_/main/t_cmb.html. [Data de consulta: 16.03.2020].

3) Mirall acústic utilitzat en la Primera Guerra Mundial. Imatge disponible a: [flickr.com/photos/urban-spaceman/6303133507/](https://www.flickr.com/photos/urban-spaceman/6303133507/). [Data de consulta: 16.03.2020].

Des dels raigs gamma, amb longituds d'ona menors al nanòmetre, a les ones de ràdio, amb longituds d'ona mesurades en metres, els avanços tecnològics derivats de les teories de Maxwell han revolucionat i fet ubiqües les ones en el nostre entorn i en el nostre dia a dia. Una deu de tecnologia en brolla: microones, raigs X, ultraviolats, infrarojos...

L'ona transporta energia mitjançant paquets i modulacions concretes, les quals són mesurables i susceptibles de ser processades com a informació. Un conjunt de dades organitzades que canvien l'estat de coneixement del subjecte receptor del missatge o energia. Durant milions d'anys, la nostra comunicació, abans de l'escriptura, va ser principalment oral. Com és possible que meres perturbacions de l'aire es transformin en missatges processats com a informació? La història evolutiva és llarga, però tots sabem que un grunyit no és gaire amistós. Ho vam aprendre per força. També podem dir simplement que els que no ho van aprendre no van viure per a explicar-ho. El missatge, l'ona vibratòria, es fa cada vegada més complex en els humans, capaços d'articular sons modulats gràcies a la posició alçada, que en modifica les cordes vocals. El llenguatge té una base, en comú amb molts animals, de mera expressió emocional, que es va fent complexa al costat de l'organització social i el desenvolupament del cervell.

El mateix podríem dir del desenvolupament de l'ull. Com és possible que una part qualsevol d'un organisme reaccioni o se sensibilitzï als raigs de llum? Com és possible que l'ull processï i interpreti ones electromagnètiques? La llum porta informació sobre la matèria, que absorbeix determinats rangs espectrals i no d'altres. Avui sabem que els colors dels objectes codifiquen la substància de la qual estan fets. Així, depenent de la història evolutiva de cada espècie, es va generant durant milions d'anys una lenta especialització o sensibilització cap a determinats rangs de l'espectre visible. Primer, potser es partís d'una simple diferència entre llum i foscor, o d'una simple diferenciació entre calor i fred; a poc a poc es va generar un grau més elevat d'especialització: una cavitat, formació de receptors, lents... fins a arribar a alts graus d'especialització.

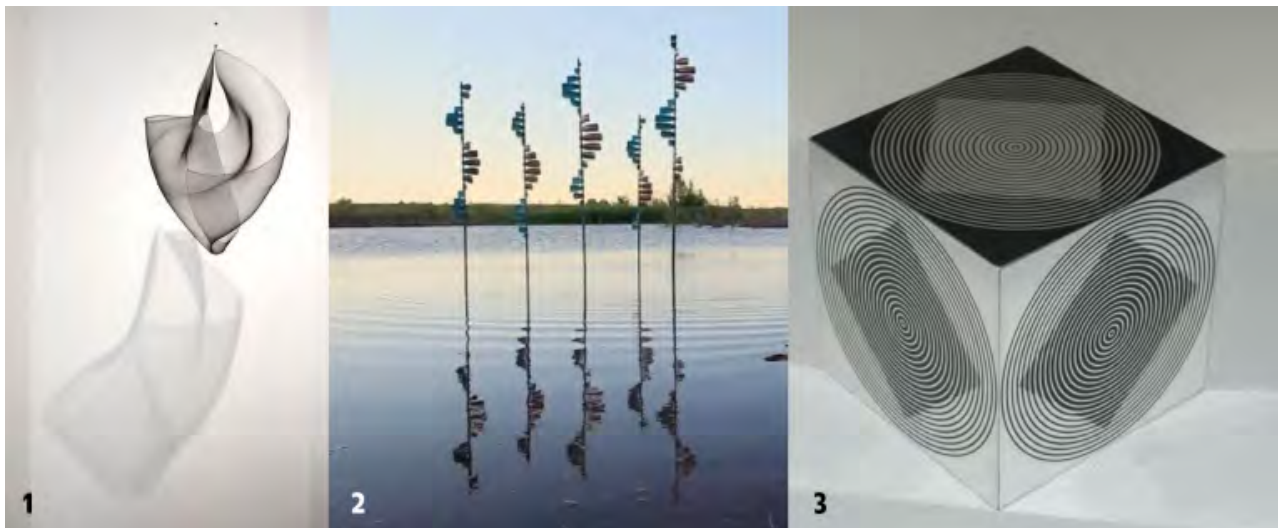
Els nostres receptors sensorials són diferents tipus de molècules que «extreuen» informació sobre el color. Reaccionen amb més probabilitat a una part de l'espectre que a una altra. En concret: al blau, verd i vermell. La nostra informació de l'*input* electromagnètic es deixa moltes coses; no obstant això, a través seu es fa una síntesi que permet percebre amb precisió un espai de color tridimensional, generat només a partir de tres classes de llum espectral, amb les quals generem milions de colors. Exactament com fa una pantalla d'ordinador o un projector.

La informació visual és molt diferent de la informació auditiva, malgrat que tots dos sentits descodifiquen una informació que viatja fins a nosaltres per vibracions. Quan escoltem diverses notes juntes, és possible identificar-les. Tret que es tracti d'un mer caos sonor, els harmònics són una conjunció de notes que treballen juntes. Si en traiem una, l'harmònic canvia, però podem continuar identificant les altres. No obstant això, amb la informació que ens arriba de l'espectre visible, això no succeeix. Si rebem diversos tons de llum purs, els combinem en un de nou sense poder identificar-ne els components. Respecte al so, és com si en barrejar un *do* i un *re* obtinguéssim un *mi*. Els nostres receptors de llum són molt més petits, d'acord amb la naturalesa de les ones que reben. Les ones de so són més grans, com els receptors amb què les interpretem.

5. L'ona i la transmissió d'energia

5.5. Construcció i possibles materialitzacions de l'ona

Hem anat veient l'ona com un moviment que implica un transport d'energia i d'informació. Com a element en moviment ha estat i és molt utilitzada en l'art cinètic, des de clàssics de l'Op-Art, que van crear nombrosos efectes òptics (molts d'ells basats en ones), fins a escultors com Lyman Whitaker, que utilitzen l'energia eòlica per a fer escultures cinètiques basades en moviments ondulatoris.

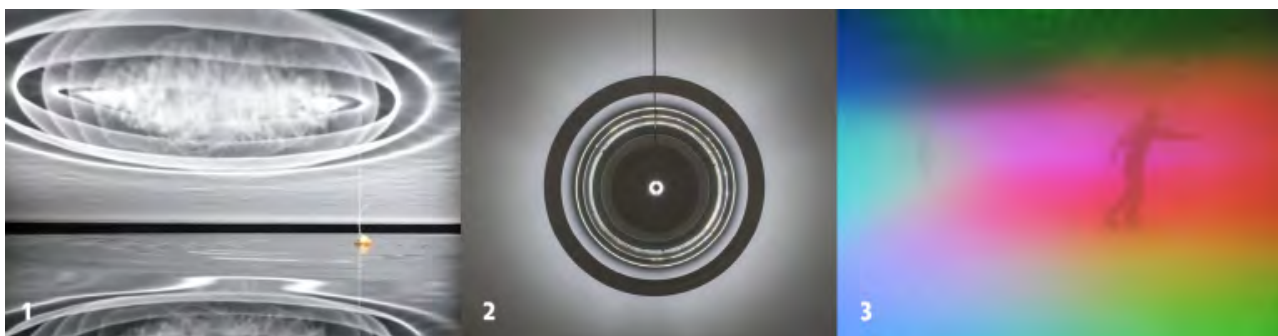


1) Bruno Munari, *Concave-Convex* (1960), malla metàl·lica. Imatge disponible a: <http://www.munart.org/>. [Data de consulta: 17.03.2020].

2) Fotograma del vídeo *WS Lyman Whitaker Interview*. Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=boaor7joadw>. [Data de consulta: 17.03.2020].

3) Victor Vasarely, *Cube* (1970), alumini. Imatge disponible a: <https://www.masterworksfineart.com/artists/victor-vasarely/sculpture/cube-c-1970/id/w-3432>. [Data de consulta: 17.03.2020].

Caldria citar com a capítol a part l'estudi Olafur Eliasson, sempre interessat a plasmar aspectes de la realitat física i científica, mitjançant instal·lacions efectistes i envolupants que comporten un alt grau de coneixement dels processos tecnocientífics involucrats. Els seus membres han desenvolupat múltiples peces basades en els fenòmens ondulatoris de l'electromagnetisme i de les ones mecàniques en general.



1) Imatge de la instal·lació *Notion motion*, d'Olafur Eliasson; fotograma del vídeo *Olafur Eliasson – «Notion motion»*. Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=5zyio-yy1pg>. [Data de consulta: 17.03.2020].

2) Olafur Eliasson, *Space resonates regardless of our presence* (Wednesday) (2017), anell prismàtic de vidre. Imatge disponible a: https://blog.cmog.org/wp-content/uploads/2018/11/wednesday_2017.3.16.jpg. [Data de consulta: 17.03.2020].

3) Olafur Eliasson, *Your atmospheric colour atlas* (2009), instal·lació. Imatge disponible a: <https://studioekl.com/quand-les-installations-artistiques-inspirent-les-decors/olafur-eliasson-your-atmospheric-color-atlas-in-a-rainbow-2>. [Data de consulta: 17.03.2020].

A més de moviment, l'ona també és el rastre d'un moviment. Ho hem vist en la fotografia dels dibuixos que deixa una serp sobre la sorra; és visible també en els que deixa el vent sobre el desert o el mar en el fons arenós. També es dona en patrons vegetals i de pigmentació animal, com a rastre i vestigi d'una determinada formació, subjecta a uns condicionants físics que són equiparables al fluid. De fet, es parla sovint de fluids magnètics i elèctrics. Les connexions entre els fluids físics i «biològics» d'un determinat patró són sempre fascinants. Aquesta característica de «rastre» obre un ventall de possibilitats de formalització molt interessants que connecten amb temes més amplis com l'absència o l'invisible. L'ona mecànica és un fenomen visible, però no així

les ones electromagnètiques, que estan associades als camps elèctrics, als camps de força. Conceptes que han generat multitud de materialitzacions diverses en l'àmbit de l'art i, en concret, de l'escultura.

Un riu serpenteja amb un moviment ondulatori molt semblant al dels rèptils. Podem imaginar que així ha estat, és a dir, fluctuant, la generació de patrons en pells i teixits vegetals, de la zebra a la salamandra, de la sindria a la tòfona. Molts artistes s'han fixat en aquests moviments ondulatoris, i els han plasmat en obres i instal·lacions. Per exemple, és un motiu recurrent en Andy Goldsworthy, que l'aplica en multitud de materials naturals i en intervenció directa amb el mitjà. L'argila, la pedra, les fulles o la llana li serveixen per a generar aquest patró en els contextos més diversos.

L'ona mou i genera moviment. També des de l'estaticitat. Ho sabia molt bé Gaudí, que va utilitzar en la seva arquitectura nombrosos exemples d'ones, de moviments ondulatoris, que donen un dinamisme que confereix una organicitat insòlita a les seves construccions. Però ho saben bé altres arquitectes, com Renzo Piano.

5. L'ona i la transmissió d'energia

5.6. Per anar llegint

«El avance de una ballena o de un delfín a través del agua puede explicarse como la reacción a una onda causada al correr de la cabeza a la cola, moviéndose la criatura a través de un agua un poco más lenta que el avance de la onda. Yendo más lejos, es igualmente cierto para un pez; pero la onda en el pez tiende a estar en un plano, ayudando a mantenerle las aletas dorsal y ventral; mientras que en el delfín puede decirse que está “polarizada circularmente”, o que se reduce a dos oscilaciones en planos normales entre sí, y está producida por la cola y su extremo golpeando a su alrededor en órbitas circulares que cambian de fase de una sección transversal a otra. Exactamente como en el caso de una hélice de barco, o como un torpedo (que está especialmente corregido y compensado), este modo de actuar implica cierto derroche de energía: procede del desarrollo de un “momento dañino” que tiende a rotar el cuerpo alrededor de su eje y torsiona el animal durante su rumbo. Una ligera curvatura levógira en la cola del delfín está encaminada a corregir un poco esta tendencia.»

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma* (pàg. 212). Madrid: Akal.

«El histórico año 1837, en cuyo transcurso el telégrafo permite la simultaneidad de la hasta entonces aislada experiencia humana, muy pocas veces se halla registrado en los textos escolares, que desgraciadamente, consideran más importante la narración de guerras y victorias de generales y naciones aisladas que los triunfos verdaderos, por ser colectivos, de la humanidad. Y, sin embargo, no hay en la historia moderna una fecha de mayor trascendencia psicológica que esa renovación del valor del tiempo. El mundo ha cambiado desde que resulta posible saber simultáneamente en París lo que acontece en Amberes, Moscú, Nápoles y Lisboa en el mismo minuto. Solo falta dar un último paso para incluir también a los demás continentes en aquella magnífica comunidad y para crear una conciencia colectiva de la humanidad entera.»

Zweig, S. (2012). *Momentos estelares de la humanidad* (pàg. 123). Barcelona: Acantilado.

«Cuando se analiza el impacto que la visión de Newton sobre la luz como una corriente de corpúsculos tuvo en la Ilustración, otros críticos de arte han aplicado este estudio al Romanticismo, estableciendo un paralelismo con las demostraciones de Young y Fresnel sobre la naturaleza ondular de la luz, o al Modernismo, con el estudio de Chevreul sobre la composición y la percepción cromática. Hoy, la física cuántica se encuentra cómoda con la comprensión flexible del fenómeno de la luz, interpretando su comportamiento a la vez como ondas y como partículas, y aplicando el principio de incertidumbre de Heisenberg, que establece que los instrumentos o los métodos experimentales utilizados para la observación son cómplices de lo que se observa. Este reconocimiento del papel activo del observador, que Duchamp reflejó en su máxima “le regard fait le tableau” (“la mirada crea el cuadro”), ha sido la base del arte expresamente interactivo, sea o no electrónico.»

Lozano-Hemmer, R. (2000). «Entrevista de Geert Lovink». *Alzado Vectorial. Arquitectura Relacional* (núm. 4, pàg. 48).

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Lozano-Hemmer, R. (2000). «Entrevista de Geert Lovink». *Alzado Vectorial. Arquitectura Relacional* (núm. 4, pàg. 48).

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma* (pàg. 212). Madrid: Akal.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

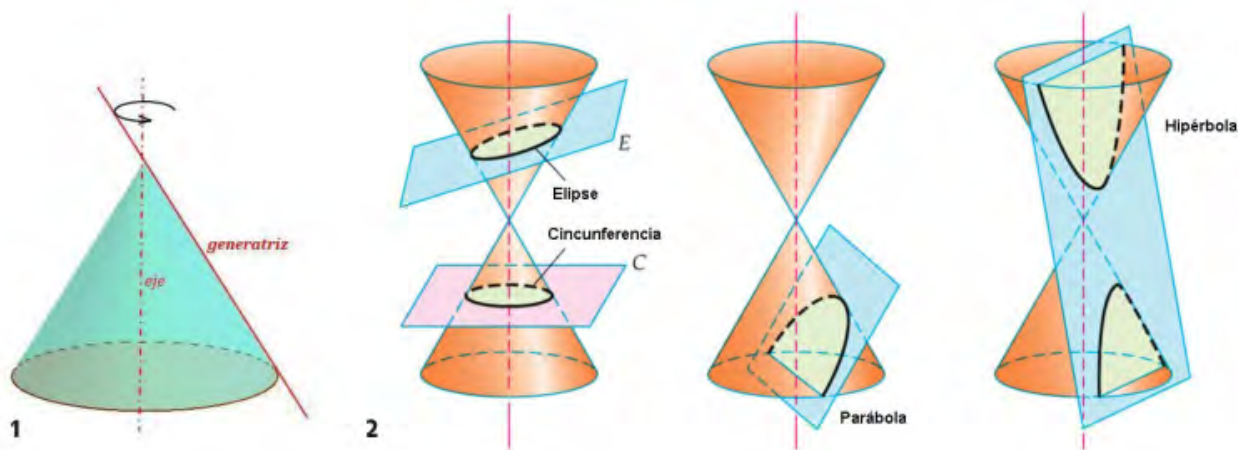
Zweig, S. (2012). *Momentos estelares de la humanidad* (pàg. 126). Barcelona: Acantilado.

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.1. La paràbola

Un con és un gran generador de formes. Com a figura geomètrica, és un sòlid de revolució generat per una recta anomenada generatriu que gira «pivotant» sobre un punt fix: el vèrtex del con. També el podem imaginar com un triangle rectangle girant sobre si mateix: un dels catets ens dona l'altura, l'altre el radi de la base, mentre que la hipotenusa és la recta generatriu.

Anomenem corbes còniques aquelles que estan formades per la intersecció d'un pla amb un con. Quan el pla és paral·lel a la base del con, obtenim una circumferència. Si el pla és oblic a la base del con, el resultat és una el·lipse. La hipèrbola l'obtenim quan el pla talla el con perpendicularment a la base. Si el pla talla el con entre la direcció perpendicular a la base i la recta generatriu, obtenim una paràbola. La paràbola s'emmarca en les denominades corbes còniques.



1) Elements del con. Imatge disponible a: <https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/cono>. [Data de consulta: 18.03.2020].

2) Corbes còniques. Imatge disponible a: <http://trigoygeouts.blogspot.com/p/conicas.html>. [Data de consulta: 18.03.2020].

Així com l'el·lipse o la circumferència són corbes tancades, les paràboles i hipèrboles són corbes obertes. És a dir, es projecten a l'infinit. No obstant això, no deixen de ser fragments d'el·lipses, amb un dels focus en l'infinit, això sí. Una el·lipse és una corba plana i tancada. Imaginem el centre d'una circumferència. I ara imaginem que aquest centre es desdoblega en dos punts sobre un eix. Doncs bé, aquests punts són els «centres» de l'el·lipse anomenats focus.

Igual que la circumferència, l'el·lipse conserva propietats molt interessants d'equidistància entre els focus i els punts de la corba. La suma de les distàncies de qualsevol punt de l'el·lipse als dos focus ens donarà el seu eix major. Es manté una constància de tots els punts de la corba respecte dels seus focus.

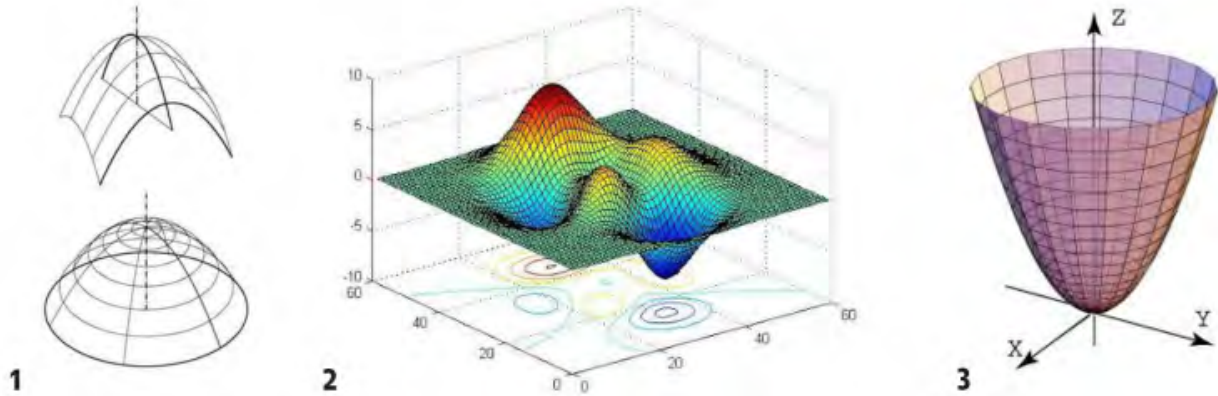
Tornant a la paràbola... Imaginem que llancem un objecte a l'aire en una direcció de 45 graus respecte del terra. Aquest objecte descriurà una paràbola, és a dir, un fragment d'el·lipse, un dels focus de la qual és el centre de la Terra! Aquest llançament reproduïx a microescala (amb algunes variables, clar, com la resistència de l'aire) el moviment el·líptic que descriuen les òrbites planetàries.

D'altra banda, de la mateixa manera que tots els punts d'una el·lipse estan en relació amb els seus focus, els punts d'una corba parabòlica també ho estan amb el focus. Qualsevol recta que incideixi en la corba es «reflectirà» passant per aquest punt. El que arriba de l'infinit es concentrarà en el focus. I al revés, tot el que surt d'aquest punt s'envia a l'infinit. Com veurem, aquesta característica ha estat ben aprofitada tant en el món viu com en el món culte.

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.2. Paraboloides

La paràbola i la hipèrbola tenen la seva correspondència tridimensional en els anomenats paraboloides. Una paràbola en revolució, girant sobre el seu eix de simetria, crea un paraboloides el·líptic, una superfície tridimensional que té la propietat de reflectir cap al seu focus, com la paràbola, els raigs paral·lels entrants en tots els seus punts. Imaginem una de les antenes parabòliques instal·lades en tantes teulades: són paraboloides de revolució, que conserven les propietats de la paràbola. Cada punt de la superfície reflexa en el seu focus, on s'instal·la el braç amb el receptor del senyal, les ones paral·leles que impacten sobre ell.



1) Paraboloides el·líptic. Imatge disponible a:

<http://www.edificacion.upm.es/geometria/jpa/paraboloides%20eliptico%2001.html>. [Data de consulta: 18.03.2020].

2) Superfícies parabòliques que ens recorden orografies. Imatge disponible a:

http://www.vc.ehu.es/campus/centros/farmacia/deptos-f/depme/apuntes/gracia/curso_actual/ocw/maticas_calc_dife_edo.html. [Data de consulta: 18.03.2020].

3) Una altra expressió del paraboloides el·líptic. Imatge disponible a: <http://www2.udel.cl/~juanerodriguez/s4.html>. [Data de consulta: 18.03.2020].

La hipèrbola genera superfícies encara més complexes:

1) D'una banda, el paraboloides hiperbòlic. Si ens fixem en una de les seves seccions, veurem dues paràboles, una cap amunt i una altra cap avall. Si ens fixem en la secció perpendicular a l'anterior, veurem una hipèrbola. El paraboloides hiperbòlic genera la famosa forma de la cadira de muntar o un pla guerxo o blegat, exemple molt visual del que és un paraboloides hiperbòlic. No obstant això, el podem trobar, com veurem, en moltes estructures de la naturalesa.

2) D'altra banda, la revolució d'una hipèrbola genera el que es denomina un hiperboloides, figura que s'entén molt bé visualment. Ve a ser el gir complet sobre si mateixa i pot generar un volum d'una fulla o de dues.



1) Hiperboloides; hipèrbola en revolució. Imatge disponible a:

<http://www.edificacion.upm.es/geometria/jpa/hiperboloides%20hiperbolico.html#>. [Data de consulta: 18.03.2020].

2) Paraboloides hiperbòlic dissenyat per l'arquitecte Frei Otto, Music Pavillion, 1955. Imatge disponible a: <https://es-la.facebook.com/milanodesignfilmfestival/photos/a.204231873072581/738884096274020/?type=3&theater>. [Data de consulta: 18.03.2020].

3) Forma de paraboloides en «cadira de muntar». Imatge disponible a: <https://es.wikipedia.org/wiki/paraboloides>. [Data de consulta: 18.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.3. La catenària

Una catenària es defineix com la corba que genera una cadena o una corda subjecta pels seus dos extrems i sotmesa solament a la força de la gravetat, és a dir, penjant. D'aquesta manera, la massa està uniformement repartida per tots els punts de la cadena. Diem que es troba en equilibri. Cada punt de la cadena suporta el seu propi pes més les tensions a dreta i esquerra, de manera que es reparteix homogèniament la càrrega total.

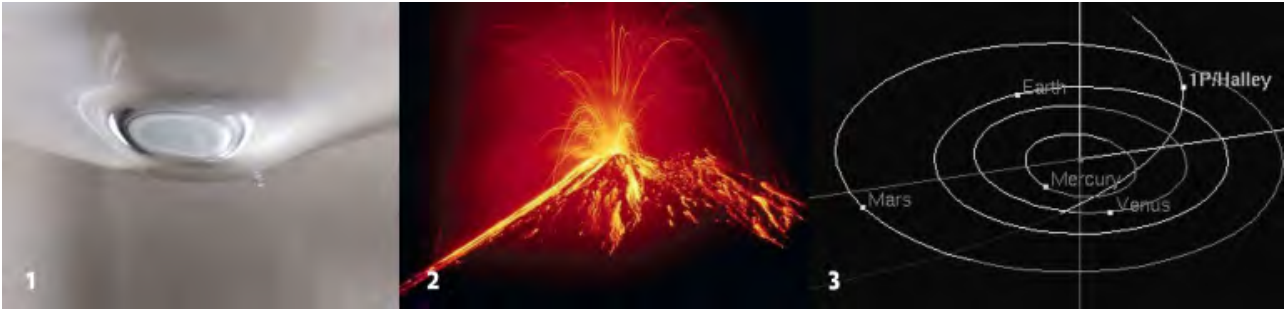
Durant molt de temps es va pensar que les cordes i cadenes suspeses eren paràboles. No obstant això, són un tipus de corbes que, si bé poden coincidir amb les paràboles, difereixen lleugerament. El fet que suspeses minimitzin les càrregues les fa idònies per a transformar-les en arcs. La mateixa forma però invertida, en forma d'arc, passa de treballar per tracció a treballar per compressió. I de la mateixa manera, minimitza al màxim les forces de compressió. Amb aquesta forma es poden fer arcs més alts sense necessitat de suports laterals.

Seguint l'esquema proposat en la introducció, anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar tres grans àmbits d'interrelació en els quals podem trobar paràboles i catenàries: el món físic com a pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural, i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants físics, biològics i culturals.

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.4. La paràbola i la catenària en el món com a pura interacció de forces

La paràbola es forma en la interacció de forces, com bé prediuen les lleis de Newton. Es determina la trajectòria amb només dues dades: la velocitat i la posició. Qualsevol objecte abandonat a un camp de gravitació constant descriurà una paràbola. En el món inert es dona més aviat en poques ocasions.



1) Paràbola generada en un remolí dins d'un got d'aigua. Imatge d'elaboració pròpia.

2) Volcà en erupció. Imatge disponible a: <https://www.quo.es/ciencia/a31440/podriamos-verter-los-residuos-radiactivos-a-los-volcanes>. [Data de consulta: 18.03.2020].

3) Paràbola descrita pel cometa Halley. Imatge disponible a: <http://www.astroarts.com/products/orbitviewer/image/orbitviewer.gif>. [Data de consulta: 18.03.2020].

Podem pensar en una pedra després que roda pel vessant d'una muntanya fins a anar a parar a un penya-segat. Aquesta pedra descriurà una trajectòria parabòlica. També la trobem en la superfície d'un líquid en rotació, per exemple, en un remolí. Els nivells en les vores s'elevan mentre que en el centre cauen lleugerament. Aquesta superfície es converteix en parabòlica.

Una cascada o una font d'aigua inclinada llançaran el doll d'aigua en un arc parabòlic. Un guèiser, un tros de lava escopit per un volcà...

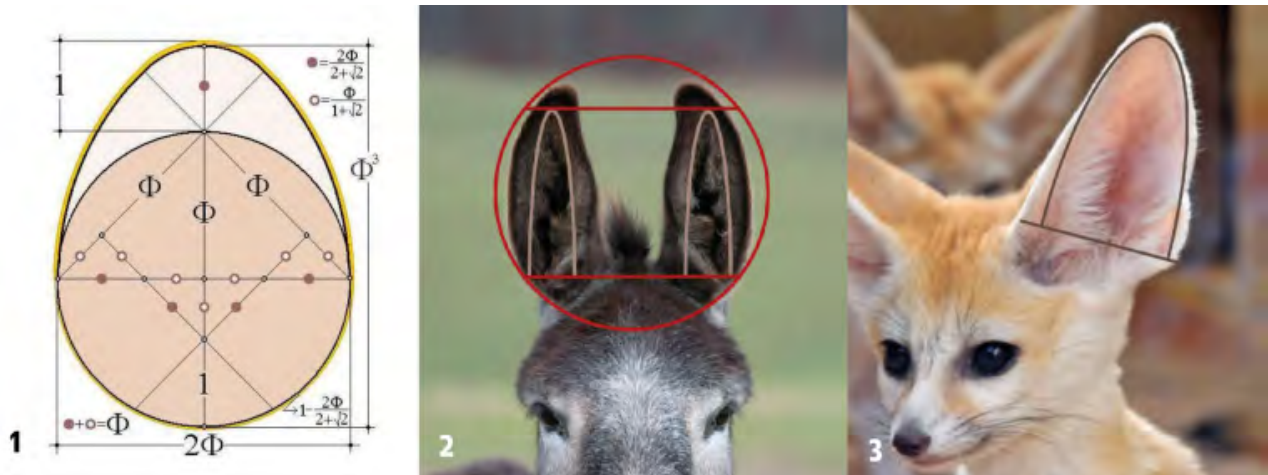
De la mateixa manera, és molt estrany trobar catenàries en el món inert. Perquè és molt estrany trobar un objecte fi i allargat que a més pengi de dos punts. Com veurem, es tracta d'una forma principalment lligada al món culte, a la selecció cultural.

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.5. La paràbola en el món viu

Troblem paràboles principalment en el món viu. En cada instant es produeixen sobre la superfície de la terra milions de paràboles. Qualsevol objecte llançat, també el nostre propi cos en córrer o saltar, descriu una paràbola. Tot l'esforç d'un atleta que llanci pesos o javelines, que projecti el seu propi cos, es concentra en les condicions inicials de partida. La velocitat i la posició del cos o objecte determinen el moviment parabòlic.

Cadascun dels punts d'una corba parabòlica té una relació directa amb el focus. Aquesta propietat és aprofitada en forma de superfície parabòlica (una paràbola en rotació) per molts pavellons auriculars en el món viu. La forma indica el potencial de les capacitats. Aquestes formes parabòliques orientables s'han anat configurant per a rebre els sons, per a anticipar-se a aquests sons, a la incertesa.



1) Geometria de l'ou. Imatge disponible a: <https://exapenta.neocities.org/parabola.html>. [Data de consulta: 18.03.2020].

2) Les orelles animals com a antenes parabòliques. Imatge disponible a: <https://www.istockphoto.com/es/fotos/orejas-de-burro>. [Data de consulta: 18.03.2020].

3) Algunes geometries de les orelles encaixen exactament amb la paràbola. Imatge disponible a: <http://noticias.masverdedigital.com/conoce-al-zorro-fenec/>. [Data de consulta: 18.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.6. Paraboloides

Com hem vist, els paraboloides són superfícies tridimensionals que conserven les propietats de distribució de càrregues de la paràbola i la catenària. Aquesta característica física de la forma la fa idònia per a suportar càrregues i funcionar com a element estructural. La naturalesa es basa en ella per crear formes que, d'una altra manera, serien insustentables.



1, 2) Ossos humans parametritzats. Imatge disponible a: <https://www.turbosquid.com/es/3d-models/anatomy-legs-foot-bones-3d-model-1398432>. [Data de consulta: 18.03.2020].

3) *Cookeina speciosa*; els fongs són grans generadors de formes i prova de la gran varietat d'estructures antigravitatòries de la naturalesa. Imatge disponible a: <https://www.picuki.com/tag/hyphas>. [Data de consulta: 18.03.2020].

4) *Ipomoea violacea*; moltes flors que generen l'anomenada forma de «trompeta» són hiperboloides. Imatge disponible a: http://fotonat.org/details.php?image_id=48919. [Data de consulta: 18.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.7. La catenària en el món viu

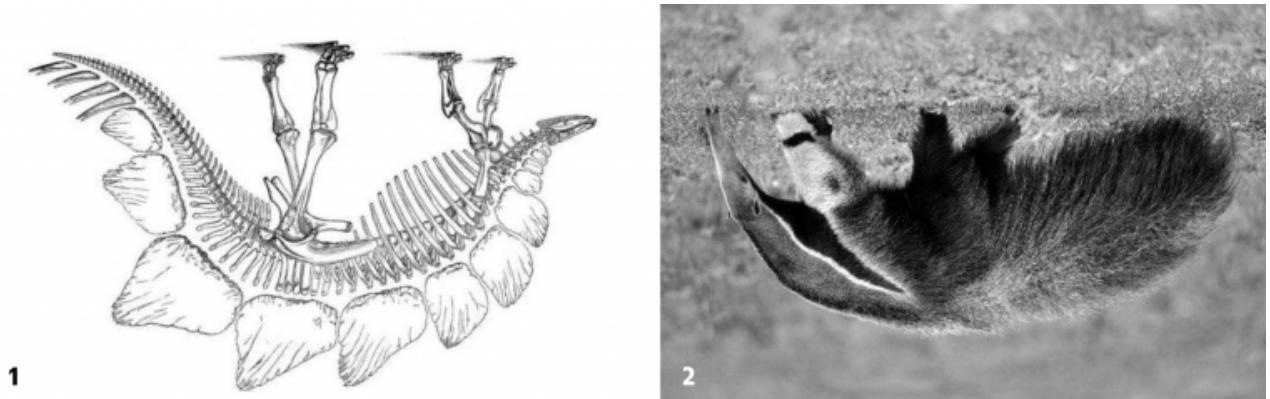
La catenària s'insinua en la naturalesa. La podem trobar en tot objecte penjant que se sustenti per dos punts. El primer exemple i potser el més evident és el d'una liana en plena selva. Podríem pensar en elements de les teles d'aranya, compostes per un conjunt de catenàries. També podríem estudiar closques de diversos animals. Nombrosos exoesquelets i closques segueixen una corba catenària, però també la disposició estructural dels ossos és, en molts casos, una corba catenària.



1) Tela d'aranya. Imatge disponible a: <http://www.rtve.es/noticias/20190304/telas-arana-pueden-utilizarse-como-musculos-artificiales-para-robots/1894665.shtm>. [Data de consulta: 18.03.2020].

2) Lianes. Imatge disponible a: <https://soloarboles.blogspot.com/2015/11/las-lianas-de-los-bosques-tropicales.html>. [Data de consulta: 18.03.2020].

3) Pont penjant fet per formigues vives. Imatge disponible a: <https://cnnespanol.cnn.com/video/hormigas-puente-ataque-panal-avispa-costa-rica-marabunta-legionarias-viral-pkg-digital-original>. [Data de consulta: 18.03.2020].



1) Esquelet d'estegosaure. Imatge disponible a: <http://clipart-library.com/dinosaur-skeleton-cliparts.html>. [Data de consulta: 18.03.2020].

2) Os formiguer gegant. Imatge disponible a: <http://nosoloperros.com/el-oso-hormiguero-no-es-un-oso-en-realidad>. [Data de consulta: 18.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.8. La paràbola en el món culte

La paràbola i les superfícies parabòliques concentren tots els punts de la corba i del pla en el seu focus. La paràbola rep, però també emet: concentra el que ve de l'infinit i envia a l'infinit el que irradia el seu focus. Aquesta propietat l'explota la «selecció cultural» en múltiples àmbits.

Concentrar el que ve de l'infinit

Concentrar so, llum i energia utilitzant les propietats físiques de la paràbola. Les superfícies parabòliques formen part del paisatge de les nostres ciutats i han estat molt útils en avanços tecnicocientífics com en els camps de l'òptica i de l'astronomia, amb implicacions immenses en el seu desenvolupament tecnològic.



1) Cuina solar. Imatge disponible a: <https://superexperimentos.wordpress.com/2008/01/05/cocina-solar>. [Data de consulta: 20.03.2020].

2) Antena parabòlica d'ús domèstic. Imatge disponible a: <https://www.tdtprofesional.com/es/antena-parabolica-offset-60-cm-de-acero.html>. [Data de consulta: 20.03.2020].

3) Mirall líquid, realitzat amb mercuri per a grans telescopis. Imatge disponible a: <https://science.howstuffworks.com/liquid-mirror-telescope.htm>. [Data de consulta: 20.03.2020].

Explotant la connexió de la forma amb la funció, s'han generat tot tipus d'invents i artefactes o dissenys interessants. En la Primera Guerra Mundial, en absència de radars, es va optar per les parabòliques per a escoltar l'aire a la recerca de bombarders, anticipar la incertesa i així poder protegir-se, amagar-se o reaccionar amb més temps. Les orelles dels animals són exactament això, un desenvolupament evolutiu mil·lenari amb característiques específiques en cada espècie.



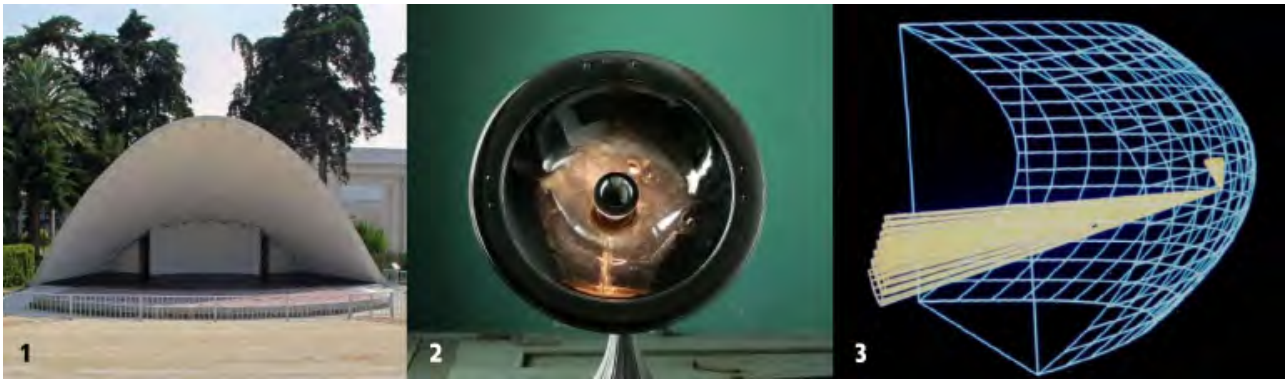
1) Mirall acústic. Imatge disponible a: https://medium.com/@suo_wailow/detecci%C3%B3n-ac%C3%B3stica-tecnolog%C3%ADa-oblidada-de-la-segona-guerra-mundial-54ee0b11506c. [Data de consulta: 22.03.2020].

2) Tecnologia per a detectar avions. Imatge disponible a: <https://hipertextual.com/files/2015/10/primer-guerra-mundial-detector-de-aviones-3.jpg>. [Data de consulta: 22.03.2020].

3) Tecnologia per a detectar avions. Imatge disponible a: <https://brokenbelievers.com/2013/03/13/ears-that-hear/listening-ear>. [Data de consulta: 22.03.2020].

Emetre cap a un hipotètic infinit

Com hem vist, la paràbola rep i emet. De la mateixa manera que s'han inventat molts artefactes i tecnologia per a explotar les propietats de concentració de la paràbola, s'han explotat també les seves propietats com a element emissor. La paràbola forma part de la història de la tecnologia, que n'ha investigat els usos per a emetre so, llum, calor i energia.



- 1) Conxa acústica o paràbola acústica. Imatge disponible a: <https://coperex.com.gt/concha-acustica>. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 2) Estufa parabòlica. Imatge disponible a: <https://www.todocoleccion.net/vintage-iluminacion/lampara-calor-industrial-parabolica-vintage-antigua-estufa-aluminio-francia-60s~x43476512>. [Data de consulta: 22.03.2020].
- 3) Parametrització dels focus d'un cotxe. Imatge disponible a: <https://netixcloud.wordpress.com/2017/12/28/tipos-de-faro-de-automovil-segun-su-enfoque>. [Data de consulta: 22.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.9. Paraboloides

Els paraboloides també han estat investigats en múltiples àmbits: des de la cadira de muntar, feta amb un material dúctil com el cuir, que permet gran adaptabilitat al cavall, fins a l'arquitectura en molt diverses formes i grandàries. Gaudí, Félix Candela o Frei Otto van ser arquitectes que van explorar amb profunditat les possibilitats dels paraboloides.



1) Les patates Pringles són perfectes paraboloides hiperbòlics. Imatge disponible a: <https://www.freepng.es/png-ar2gi0>. [Data de consulta: 20.03.2020].

2) Paraboloides en l'arquitectura. Imatge disponible a: <https://metode.es/revistas-metode/monograficos/arquitectura-y-matematicas.html>. [Data de consulta: 20.03.2020].

3) Dipòsit d'aigua com a hiperboloide. Imatge disponible a: https://www.researchgate.net/profile/raul_falcon2/publication/257986056/figure/fig5/as:392783090208772@1470658194444/Figura-10-Tanc-de-aigua-hiperboloide-eliptico-toro-Ciechanow-Polònia.png. [Data de consulta: 20.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.10. La catenària en el món culte

Els cables estesos, les cordes o els fils amb una densitat constant i sostinguts per dos punts descriuen una corba catenària. Els trobarem en tots els cablejats, en la xarxes de ferrocarrils i elèctriques, en molts ponts penjants i en nombrosos arcs en la història de l'arquitectura. Com hem explicat abans, la catenària acomoda la forma d'una densitat lineal de massa al seu propi pes, i distribueix així els pesos de la forma més homogènia possible.

Invertida en forma d'arc, actua de la mateixa manera, distribuint de la forma més uniforme possible les càrregues que s'efectuen sobre ella, i permetent construir estructures molt elevades sense necessitat de contraforts.



1) Secció de la catedral de St. Paul. A: Addis, Bill, Building: 3,000 Years of Design, Engineering, and Construction, Phaidon, London, 2007.

2) Catenàries en l'arquitectura de Gaudí. Imatge disponible a: <http://raizde2.es/curvas-catenarias>. [Data de consulta: 20.03.2020].

3) Ctesiphon, prop de Bagdad, l'Iraq, un dels arcs catenaris més antics. Imatge disponible a: <http://www.atlastours.net/iraq/ctesiphon.html>. [Data de consulta: 20.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

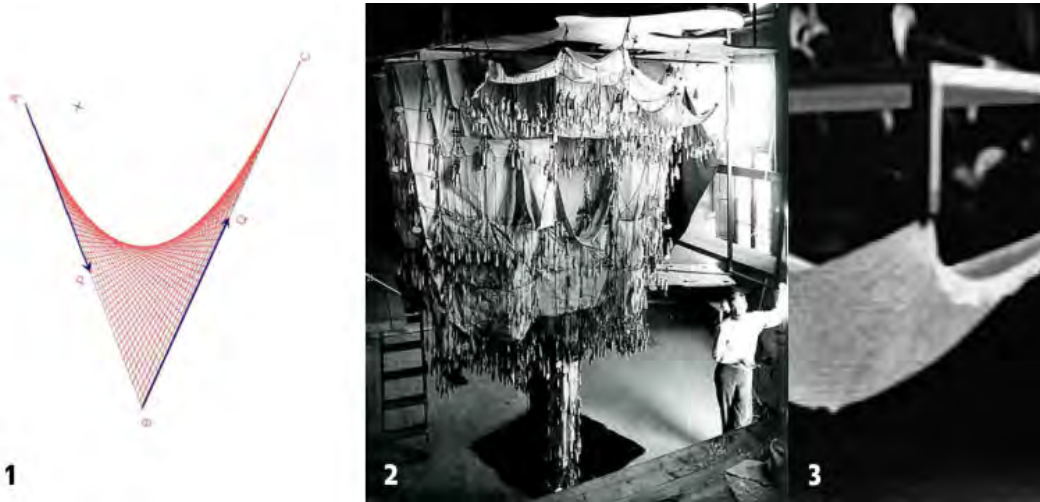
6.11. Construcció i possibles materialitzacions de la paràbola i la catenària

De la mateixa manera que l'el·lipse, tenim diversos mètodes per a dissenyar i crear paràboles o catenàries. Com hem vist, les paràboles es formen amb la intersecció d'un pla sobre un con. Un focus il·luminant una paret, com més intensa i definida sigui la llum que projecta, genera una paràbola. Un llançament de qualsevol objecte també genera una paràbola. Podem construir superfícies parabòliques per revolució, per exemple, amb un torn.

Hi ha molts tipus de tornejat. Si aneu a la fitxa de tècniques del toolkit «Tornejat», podreu veure diferents tipologies d'aquesta tècnica. Es pot construir un torn manual per a fer figures en guix amb relativa facilitat. A partir de plantilles en xapa metàl·lica, podem generar el·lipsoïdes i hiperboloïdes amb guix o altres materials que endureixin. També podem generar superfícies parabòliques amb teles endureïdes, per exemple, amb resines. La famosa «volta catalana» o de mocador és la translació d'una superfície parabòlica al maó.

Paràboles i catenàries responen matemàticament a equacions de segon grau, per la qual cosa les podem dibuixar en un eix de coordenades, una vegada coneguts els diversos valors de x . Per tant, podem calcular-les i definir-les prèviament.

No obstant això, arquitectes com Antoni Gaudí van utilitzar tècniques més experimentals i empíriques per a fer grans obres, dissenyant meravelloses maquetes invertides de les seves construccions. Altres artistes utilitzen la catenària per a crear espais i superfícies molt interessants, tan sols amb la superposició de cordes o de varetes de galvanització (per exemple, Andreu Alfaro).



1) Mètode molt ben sintetitzat de construcció d'una paràbola. Imatge disponible a: <https://www.youtube.com/watch?v=9jxp7j31qz8>. [Data de consulta: 20.03.2020].

2) Maqueta de la Sagrada Família feta per Gaudí. Imatge disponible a: <https://cerebrovortex.files.wordpress.com/2013/03/gaudi-upside-down-tension-gravity.jpg>. [Data de consulta: 20.03.2020].

3) Ausias González Lisorge, *Del empirismo a la invención*, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid. Imatge disponible a: http://oa.upm.es/39900/1/ausias_gonzalez_lisorge_01.pdf. [Data de consulta: 20.03.2020].



1) Taula dissenyada per l'estudi Foster. Imatge disponible a: <https://www.dezeen.com/2009/10/16/arc-table-by-foster-partners-for-moltenic>. [Data de consulta: 20.03.2020].

2) Andreu Alfaro, *Buenos días, libertad* (1975), alumini, 550 x 600 x 250 cm. Imatge disponible a: <http://www.andreualfaro.com/es/obra/espacio-publico/buenos-dias-libertad-1975>. [Data de consulta: 20.03.2020].

3) Akio Hamatani, *W-Orbit* (2010). Imatge disponible a: <https://culturacientifica.com/2016/04/06/catenarias-las-artes-plasticas>. [Data de consulta: 20.03.2020].



1) Construcció d'un mirall parabòlic. Imatge disponible a: https://www.youtube.com/watch?v=8clrta_ocmo. [Data de consulta: 20.03.2020].

2) Eero Saarinen, Arc Gateway, o Porta cap a l'Oest, del Jefferson National Expansion Memorial, a Saint Louis, Missouri (1963-1965). Imatge disponible a: <https://culturacientifica.com/2016/04/06/catenarias-las-artes-plasticas>. [Data de consulta: 20.03.2020].

3) Jasper Johns, *Near the Lagoon* (2002-2003). Imatge disponible a: <https://culturacientifica.com/2016/04/06/catenarias-las-artes-plasticas>. [Data de consulta: 20.03.2020].

6. Paràboles i trajectòries. Catenàries i equilibris mecànics

6.12. Per anar llegint



«Tomemos como referencia la necesidad histórica de construir templos. Un templo es un edificio que necesita ser amplio y alto de techo. Debe ser amplio porque necesita acoger un buen número de personas con una identidad colectiva común. Y debe respirar verticalmente porque la altura remite las almas de los presentes a la contemplación (¿y temor?) de la divinidad. En los comienzos de la humanidad, la tecnología disponible debía permitir poco más que una piedra horizontal sostenida por dos verticales. Algo es algo. El arco de medio punto romano supuso un buen avance. En los templos ya podían reunirse algunos fieles con cierta dignidad en un ambiente razonablemente solemne. Los arquitectos góticos se exigieron mucho más y levantaron catedrales de más de cien metros de altura. Se diría que las yemas de las puntas de sus torres pretenden tocar el cielo. En su interior el ambiente es sobrecogedor. Sin embargo, la estabilidad de estas estructuras implica el auxilio de otro concepto arquitectónico: los contrafuertes. Para muchos, los contrafuertes son un motivo estético más, pero la verdad es que no dejan de ser una especie de ortopedia hecha de piedra que resta esbeltez (¡y espiritualidad!) a la construcción. Y llega Gaudí con sus catenarias para proponer la catedral de la Sagrada Familia en Barcelona, un templo que se levanta vertical y limpiamente por encima de los ciento cincuenta metros. Ningún accesorio lateral se disculpa por la altura alcanzada. Gaudí comprendió la catenaria y la usó en bellísimas series en muchos edificios que aún se pueden admirar».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pàg. 245). Barcelona: Tusquets.



«Hanging-chain models were used in the design of suspension bridges from their earliest days in the early 19th century, for example by Thomas Telford (1757-1834) in 1814. The models were used to establish the geometry of the catenary and how it varied with the loads hanging from the chain while maintaining the tension at the ends of the catenary constant, in order to determine the length for the many hangers used to support the roadway.

Frei Otto was a great innovator in the use of models to determine the form of tension structures. He began using models in the 1950s as the only way of establishing the form of three-dimensional, membrane and cable-net structures whose final geometry could not, at the time (before computers), be determined using analytical methods. Since gravity loads played a minor part in establishing the form of the tensile structures, the models themselves were made of membranes or nets with different characteristics: soap bubbles which have a constant surface tension; elastic sheets whose surface tension depends on the strain; and nets whose surface tension arises partly from the elastic extension of fibres, and partly from shear deformations of the net (squares to rhombuses)».

Addis, B. (2013, abril). «Toys that save millions' – a history of using physical models in structural design». *The Structural Engineer* (vol. 91, pàg. 15).



«Estamos siendo testigos de un cambio en la relación tradicional entre realidad y representación. Ya no evolucionamos del modelo a la realidad, sino del modelo al modelo, al tiempo que reconocemos que, en realidad, ambos modelos son reales. En consecuencia, podemos trabajar de un modo muy productivo con la realidad experimentada como un conglomerado de modelos. Más que considerar el modelo y la realidad como modalidades polarizadas, ahora funcionan al mismo nivel. Los modelos han pasado a ser coproductores de realidad».

Eliasson, O. (2009). *Los modelos son reales* (pàg. 11). Barcelona: Gustavo Gili.

Bibliografia

Addis, B. (2013, abril). «Toys that save millions' – a history of using physical models in structural design». *The Structural Engineer* (vol. 91, pàg. 15).

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Eliasson, O. (2009). *Los modelos son reales* (pàg. 11). Barcelona: Gustavo Gili.

González Lisorge, A. *Del empirismo a la invención*. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid.

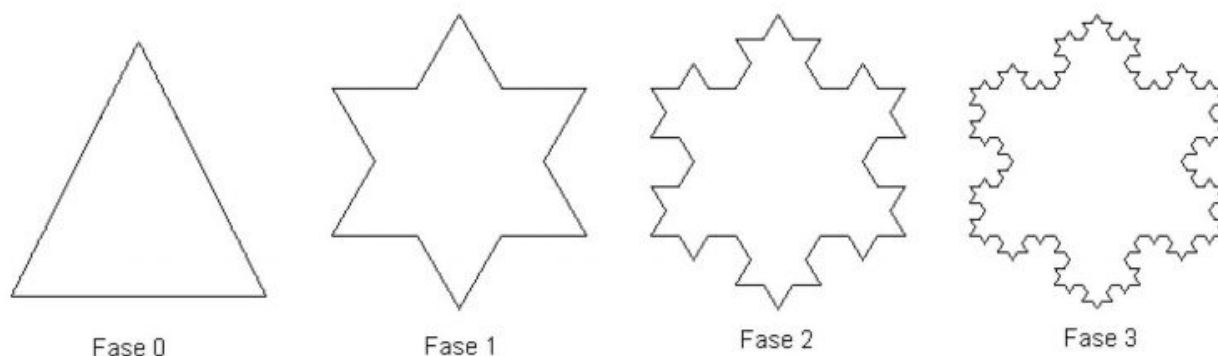
Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

7. Fractals i autosimilitud

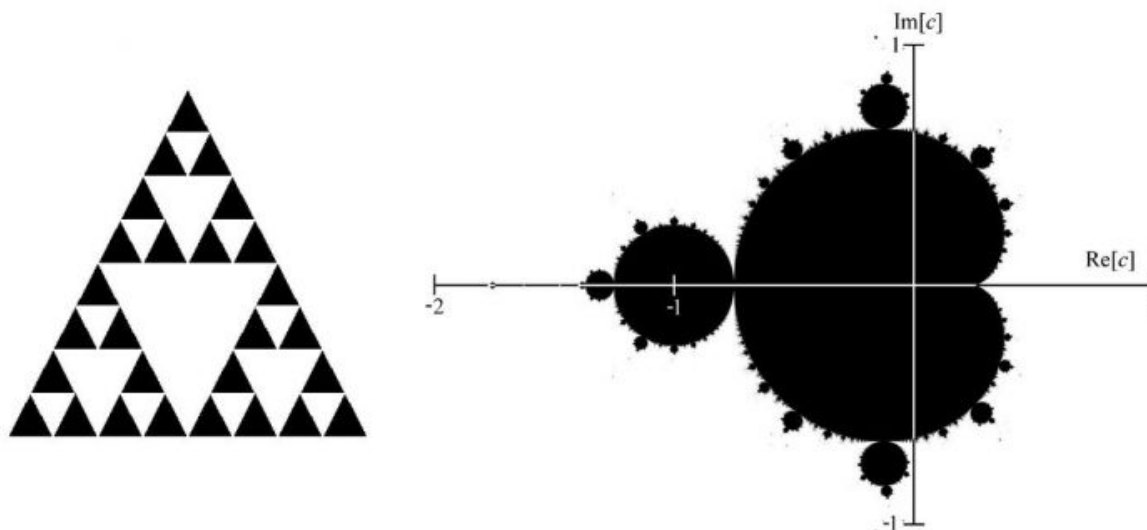
7.1. Introducció

Els fractals són formes que tenen una estructura autosimilar en la qual les parts són igual de complexes que la totalitat. Així, la seva estructura es repeteix a diferents escales i en alguns casos arriba a ser pràcticament indistingible. Sempre tenen la mateixa aparença. La totalitat del fractal és igual a les seves parts, que són iguals a la totalitat. Els fractals no tenen una funció concreta i definida que en descriu la geometria, però sí que hi ha una dimensió fractal ben definida i mesurable. Els detalls matemàtics i les definicions concretes són complexes i no hi entrarem, però veurem com permeabilitzen tot el nostre entorn. En aquest apartat hi haurà moltes referències a les altres, anirem veient com connecten amb moltes altres formes.



1) El floc de neu de Koch. Niels Fabian Helge von Koch va ser un matemàtic suec, que va descriure el 1904 una de les primeres corbes fractals. El floc de neu de Koch és una de les formes més intuïtives de produir fractalitat. Imatge disponible a: <http://www.markedbyteachers.com/international-baccalaureate/maths/el-copo-de-nieve-de-koch.html>. [Data de consulta: 12.03.2020].

En l'apartat sobre l'«Esfera i la simetria circular» parlàvem del punt com a dimensió zero. Un punt en expansió ens genera una circumferència. Un punt desplaçat genera un deixant que anomenem línia o dimensió 1. Una línia desplaçada ens genera una superfície o dimensió 2, i una superfície desplaçada ens genera la tercera dimensió. Doncs bé, els fractals emplen l'espai en dimensions intermèdies, no senceres. Poden generar formes que estan entre el punt i la línia, o entre la línia i el pla, o entre el pla i el volum.



1) Triangle de Waclaw Sierpinski, una altra forma que construeix fractalitat. Imatge disponible a: <http://miescueladeilusion.blogspot.com/2019/04/construccion-del-triangulo-de-waclaw.html>. [Data de consulta: 12.03.2020].

2) Conjunt de Mandelbrot. Imatge disponible a: https://es.wikipedia.org/wiki/conjunto_de_mandelbrot. [Data de consulta: 12.03.2020].

Els fractals omplen l'espai, creixen en l'espai, colonitzen l'espai creant figures complexes a partir d'un patró. La idea inicial de la concepció fractal va ser de Lewis Fry Richardson, pioner a aplicar tècniques matemàtiques per a la predicció del temps atmosfèric. Apuntava en un article aparegut pòstumament la qüestió de mesurar una frontera o un litoral irregular, segons es faci a pas de ratolí o a pas de gegant. Però va ser Benoît Mandelbrot qui va introduir la seva concepció matemàtica, difonent i mostrant l'alta freqüència dels fractals en la naturalesa. Des de llavors, han aparegut gran quantitat de llibres i articles sobre el tema.

Aquí, seguint l'esquema proposat en la introducció, anirem navegant a través d'exemples visuals que ens permetin il·lustrar tres grans àmbits d'interrelació en els quals podem trobar fractals: el món físic com a pura interacció de forces, el món biològic subjecte a la selecció natural i el món humà o «culte» subjecte al que podem anomenar «selecció cultural». L'emergència d'unes formes i no d'unes altres té sempre una sèrie de condicionants: físics, biològics i culturals.

7. Fractals i autosimilitud

7.2. Fractals en el món com a pura interacció de forces



1, 2, 3) Michael Peres; flocs de neu. Imatge disponible a: <https://m.europapress.es/desconecta/curiosity/noticia-belleza-copo-nieve-nunca-has-visto-fotos-20171219140256.htm>. [Data de consulta: 12.03.2020].

L'emergència d'unes formes i no d'unes altres no és casual. Si són aquí, generant estructures i patrons, és perquè tenen una certa estabilitat, compleixen una funció. Una funció no teleològica, no amb una finalitat concreta més enllà del fet de permetre o generar determinada forma, una manera d'estar en el món, d'aparèixer a la foto del que és real i de continuar romanent.

Així doncs, quina és l'estabilitat de la fractalitat? Wagensberg i un dels seus deixebles, Romualdo Pastor Satorras, fan una comparació amb els sistemes termodinàmics i l'entropia.

Pastor-Satorras, R.; Wagensberg, R. (1996). «Branch distribution in diffusion-limited aggregation: a maximum entropy approach». *Physica A*.

L'entropia pot interpretar-se com una mesura de la distribució aleatòria d'un sistema. Es diu que un sistema altament distribuït a l'atzar té molta entropia. L'univers tendeix a distribuir l'energia uniformement, és a dir, a maximitzar l'entropia. Per exemple, si ajuntem dues barres de ferro i una d'elles està incandescent, amb el temps es crearà una transferència d'energia entre les dues barres que les porti a l'equilibri. Doncs bé, van demostrar amb un bon nombre de conjunts fractals que la seva autosimilitud es devia a una maximització de l'entropia de forma. És a dir, les formes fractals tendeixen a distribuir-se uniformement per l'espai, de la mateixa manera que ho faria la temperatura en un sistema termodinàmic. Els fractals omplen l'espai, tendeixen a distribuir-se uniformement per l'espai.

El cas dels flocs de neu és un preciós exemple de superposició de simetries. Fractals i hexàgons. Com hem vist en l'apartat «Hexàgon i tessellacions del pla», els hexàgons pavimenten. A l'entorn d'una circumferència, caben altres sis discos tangents. Comprimits quan la població de discos augmenta, generen patrons hexagonals. En el cas dels flocs de neu, les molècules d'aigua que han generat aquests patrons hexagonals a causa de la població de gotes d'aigua passen a formar l'estrella de sis puntes, gràcies a les fluctuacions canviant de temperatura, pressió i humitat, i a noves incorporacions de molècules d'aigua que fan créixer les puntes ramificades dels flocs en estructures fractals sempre diferents.

Els exemples de fractalitat en el món com a pura interacció de forces se succeeixen ràpidament una vegada s'ha adoptat la «mirada fractal». És l'observació de com les formes omplen l'espai: d'una esquerra a les línies de costa o els contorns dels núvols, d'un raig a l'orografia d'un riu o la geografia terrestre, de formacions minerals a nebuloses galàctiques.



- 1) Esquerda. Imatge disponible a: <https://trcpaint.com/grietas-como-evitar-que-aparezcan/>. [Data de consulta: 12.03.2020].
- 2) Raig. Imatge disponible a: <https://static3.abc.es/media/sociedad/2016/07/07/rayo-kyzd-u102780349433trd-620x349@abc.jpg>. [Data de consulta: 12.03.2020].
- 3) Visió aèria del riu Mississipí. Imatge disponible a: <https://pascals-puppy.blogspot.com/2009/12/fractals-in-geology.html>. [Data de consulta: 12.03.2020].



- 1) Fractures en el vidre. Imatge disponible a: <https://es.azeheb.com/blog/cual-es-el-estado-fisico-del-vidrio>. [Data de consulta: 12.03.2020].
- 2) Esquerdat del fang. Imatge disponible a: <https://unsplash.com/s/photos/cracked-land>. [Data de consulta: 12.03.2020].
- 3) Esquerdes en la roca. Imatge disponible a: <https://es.dreamstime.com/textura-de-la-piedra-natural-roca-del-mar-con-muchas-grietas-image110187055>. [Data de consulta: 12.03.2020].

En l'apartat «Hexàgon i tessellacions del pla» vèiem com determinades formacions rocoses, els prismes basàltics o el clivellat dels llacs salats regularitzen les seves formes en prismes hexagonals o gairebé hexagonals, a causa d'unes condicions molt concretes de formació que solen comportar un factor temps important. Quan el clivellat és ràpid, com el trencament d'un vidre, l'evaporació d'un toll o determinades formacions rocoses, les esquerdes tendeixen a ocupar l'espai de forma fractal. Si posem el focus en un punt, aquest reproduceix la totalitat.

7. Fractals i autosimilitud

7.3. Fractals en el món viu

Els fractals en el món viu apareixen en qualsevol escala i jerarquia. Tenen un component altament adaptatiu, perquè són eficaços quan es tracta de maximitzar els intercanvis d'energia, matèria o informació. Com hem anat veient, els fractals ocupen l'espai, i ho fan de manera contínua i connexa, creant frondositats complexes a partir de patrons senzills que permeten, per exemple, transportar sang, saba o impulsos elèctrics (cas de les neurones), o bé simplement ocupar l'espai per a maximitzar la captació de llum (cas dels arbres).

En el món viu es donen superposicions de geometries i formes, de la mateixa manera que succeïa amb els hexàgons i els flocs de neu. Hem vist en l'apartat «Simetria circular i esfèrica» com l'esfera, mínima superfície que tanca un volum, és la forma general a la qual tendeix un arbre sense competidors pròxims, o certs conjunts de cactus. No obstant això, si canviem l'escala i ens fixem en el brancatge o en les arrels, podem veure que tots els arbres són fractals. De fet, totes les plantes ho són.

Totes tenen en la seva estructura interna ramificacions fractals. Si agafem una part, una branca, aquesta podria passar pel tot. Algunes plantes, com les falgueres, tenen fins a quatre o cinc iteracions. Perfectes reproduccions de la totalitat. Si canviem d'escala i ens fixem en els teixits vasculars de les plantes, veurem que la forma en la qual ocupen l'espai és fractal.



- 1) Les branques dels arbres es distribueixen de forma fractal. Imatge disponible a: <https://www.jardineriaon.com/como-sobreviven-las-plantas-caducas-en-invierno.html>. [Data de consulta: 12.03.2020].
- 2) Estudis de neurones de Santiago Ramón y Cajal. Imatge disponible a: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/15/purkinjecell.jpg>. [Data de consulta: 12.03.2020].
- 3) Estructura fractal, en les venacions d'una fulla. Imatge disponible a: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f4/leaf_1_web.jpg. [Data de consulta: 12.03.2020].

En el món vegetal la relació entre interior i exterior està maximitzada. La planta necessita obrir-se al seu entorn per captar la llum. A més, té una frontera molt més indefinida o dependent d'altres estratègies. En el món animal, amb excepció d'alguns invertebrats com algunes meduses, la frontera és molt més marcada. Evidentment que hi ha una connexió directa amb l'exterior, però la necessitat de maximitzar els intercanvis d'energia i de matèria es fa a l'interior. Els animals són fractals per dins! Neurones, cervell, vasos sanguinis i pulmons tenen la necessitat de subministrar informació, energia o matèria a cadascuna de les seves cèl·lules, i la ramificació fractal és la que permet fer-ho amb el menor esforç possible.

7. Fractals i autosimilitud

7.4. Els fractals en el món culte

El concepte matemàtic de *fractal* es consolida amb Mandelbrot, en un moment molt propici per al seu desenvolupament gràcies a la incipient indústria de la computació, la fabricació de màquines per a iterar patrons a grans velocitats: des dels sistemes de funcions iterades (*iterated function systems* o IFS) que John E. Hutchinson va començar a fer el 1981, els quals reproduïen «senzills» fractals autosemblants, fins als actuals gràfics de Pixar, fets sobre la base de complexes estructures geomètriques generades a partir de fractals.



1) Fractals. Imatge disponible a: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperv/fractales/fractales-generados-por-ifs>. [Data de consulta: 12.03.2020].

2) Fractals. Imatge disponible a: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperv/fractales/fractales-generados-por-ifs>. [Data de consulta: 12.03.2020].

3) Fotograma d'una pel·lícula d'animació. Imatge disponible a: <http://mimamatieneunblog.com/como-pelicula-animacion-pixar>. [Data de consulta: 12.03.2020].

Hem parlat de com els fractals colonitzen l'espai, però també s'usen per a comprimir-lo. Alguns dels mètodes per a la compressió d'imatges utilitzen les funcions iterades per a reduir les imatges a una versió més simplificada i que ocupi menys espai. D'aquesta manera, serà suficient a tornar a iterar la imatge resultant per a «descomprimir-la» i tornar a augmentar-ne així la resolució.

Recapitem. Les formes fractals tendeixen a distribuir-se uniformement per l'espai, maximitzen l'entropia de forma, distribuïnt-se a l'atzar amb un màxim d'uniformitat. Doncs bé, això ho podem aplicar tant a l'anàlisi de moviments borsaris com als quadres de Pollock, així com a molts patrons que es generen en xarxa i que constitueixen la xarxa mateixa (www). De fet, i com a curiositat, R. Taylor, A. Micolich i D. Jonas, científics australians, van arribar a mesurar la dimensió fractal dels quadres de Pollock, i així van arribar fins i tot a determinar-ne l'autenticitat i la data. Sembla que la seva pintura va arribar a ser veritablement fractal a partir de 1942, en què va prendre valors superiors a 1 i va augmentar progressivament la seva fractalitat fins el 1952.



1) Estructura tridimensional de l'enzim PAH humana. Imatge disponible a: <https://aquimediosdecomunicacion.com/blog/2019/05/27/mas-cerca-de-entender-la-enfermedad-congenita-del-metabolismo-mas-frecuente/>. [Data de consulta: 12.03.2020].

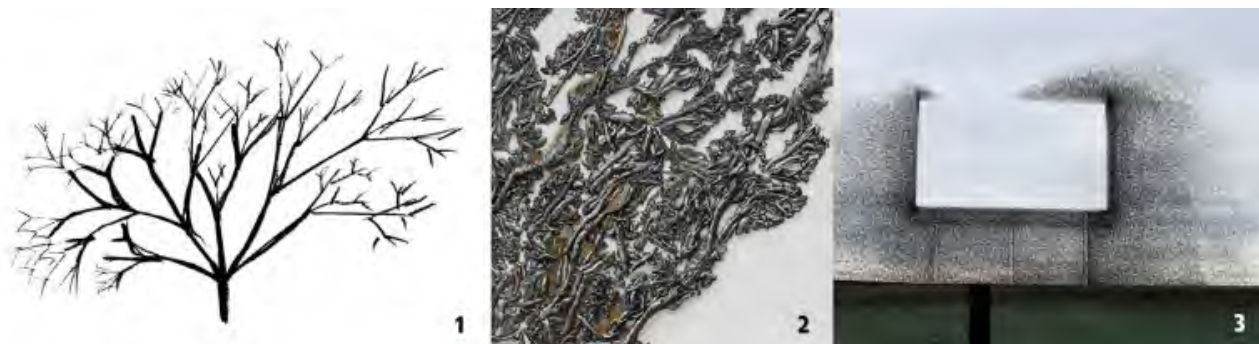
2) La pintura de Pollock i la seva dimensió fractal. Imatge disponible a: <https://www.xatakaciencia.com/matematicas/los-fractales-en-la-pintura-de-pollock>. [Data de consulta: 12.03.2020].

3) Representació gràfica dels ISP i nodes d'internet. Imatge disponible a: <http://informatica.blogs.uoc.edu/2012/11/12/la-belleza-de-las-redes-herramientas-de-visualizacion-de-grafos>. [Data de consulta: 12.03.2020].

7. Fractals i autosimilitud

7.5. Construcció i possibles materialitzacions dels fractals

Els fractals utilitzen mecanismes simples per a crear complexitat. De la mateixa manera que Pollock utilitzava la tècnica de degoteig o *dripping* per a «colonitzar» els seus propis llenços, hi ha innombrables vies per a generar iteracions que estimulin el nostre cervell amb patrons complexos: des de la pura repetició d'elements senzills, emulant estructures o complexos patrons naturals, a la fractalitat més conceptual.



1) Disseny d'un arbre a partir de la repetició d'un patró senzill. Dibuix propi.

2) Cristina Iglesias (2018). *Entwined-Growth II and III*, alumini fos i policarbonat amb pigments. Imatge disponible a: <http://cristinaiglesias.com/growth-entwined/>. [Data de consulta: 12.03.2020].

3) Lead Pencil Studio (2010), *Senar sign II*, instal·lació entre l'art i l'arquitectura, prop de Vancouver. Imatge disponible a: <https://wewastetime.com/2010/11/09/>. [Data de consulta: 12.03.2020].



1) Antony Gormley (2006), *Loss*. Interessant «pixelació» i desconstrucció de la figura humana en tota l'obra d'Antoy Gormley. Imatge disponible a: <https://artfacts.net/exhibition/sculpture-21-antony-gormley/644431>. [Data de consulta: 12.03.2020].

2) Xerris Simonds (1980), *Dwellings*, Gullin, la Xina. La ciutat dins de la ciutat. Imatge disponible a: <https://www.charles-simonds.com/mobile/dwellings80s.html>. [Data de consulta: 12.03.2020].

3) Gego (1969), *Reticulárea*. Imatge disponible a: <https://gramho.com/explore-hashtag/reticul%C3%A1rea>. [Data de consulta: 12.03.2020].

7. Fractals i autosimilitud

7.6. Per anar llegint

«Los fractales son objetos geométricos que tienen estructura a todas las escalas. Así, cuando amplificas una complicada imagen fractal, para enfocar con zoom sus detalles, ves que cada detalle es tan complicado como el todo original: de hecho, en muchos fractales ¡la parte magnificada es idéntica al todo!

Los fractales vienen en muchos tamaños y formas. No hay una definición única y estricta que valga para todos los objetos que se han descrito como “fractales”. Más bien hay un vasto zoo de ejemplos interesantes que encarnan este amplio concepto de una estructura interna inagotable.

Como las pequeñas partes de un fractal son tan complejas como el todo, el método de análisis y síntesis, y su materialización matemática clásica, el cálculo, pierden casi todo su poder. Unas ideas distintas, basadas en la recursión y la autosimilitud, entran en juego».

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte* (pàg. 385). Barcelona: Crítica.

«¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad inerte? ¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad viva? ¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad culta?

Como apunta el filósofo inglés A. J. Ayer, existen muchas acepciones diferentes en el lenguaje común para el término “por qué”, quizá tantas acepciones como acepciones tiene la palabra “causa”. Sin embargo, no hay ambigüedad posible en nuestro caso. Las preguntas equivalen a preguntarse por lo que hemos llamado la selección fundamental, la selección natural y la selección cultural. Es decir, nuestro esquema conceptual nos sirve para preguntar así: ¿en qué favorece la fractalidad a un individuo vivo para que este siga vivo? ¿Cuál es el gozo mental o la función culta que impulsa a la mente a crear fractalidad?».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pàg. 253). Barcelona: Tusquets.

Bibliografia

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Pastor-Satorras, R.; Wagensberg J. (1996). «Branch distribution in diffusion-limited aggregation: a maximum entropy approach». *Physica A* (núm. 19).

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

(*) Contingut disponible només en web.