

Cartografía de la forma

Autor: Victor Masferrer

El encargo y la creación de este material docente han sido coordinados por las profesoras: Aida Sánchez y Maria Iñigo

PID_00267417

Introducción

1. Simetría circular y esférica

1.1. El círculo

1.1.1. Introducción

1.1.2. El círculo en el mundo como pura interacción de fuerzas

1.1.3. El círculo en el mundo vivo

1.1.4. El círculo en el mundo culto

1.2. Esfera: propiedades geométricas y físicas

1.2.1. Equidistancia, superficie de revolución. Termodinámica

1.2.2. La esfera en el mundo como pura interacción de fuerzas

1.2.3. La esfera en el mundo vivo

1.2.4. La esfera en el mundo culto

1.3. Construcción y posibles materializaciones de la esfera y el círculo

1.4. Para ir leyendo

Bibliografía

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.1. Hexágono. Propiedades geométricas y físicas

2.2. El hexágono en el mundo como pura interacción de fuerzas

2.2.1. Introducción

2.2.2. Teselaciones del plano

2.2.3. Problema del panal de abeja

2.3. El hexágono en el mundo vivo

2.4. El hexágono en el mundo culto

2.5. Construcción y posibles materializaciones del hexágono

2.6. Para ir leyendo

Bibliografía

3. Espirales y hélice

3.1. Introducción

3.2. Espirales y hélices en el mundo como pura interacción de fuerzas

- 3.3. Espirales y hélices en el mundo vivo
 - 3.4. Espirales y hélices en el mundo culto
 - 3.5. Construcción y posibles materializaciones de la espiral
 - 3.6. Para ir leyendo
- Bibliografía

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

- 4.1. Introducción
 - 4.2. El ángulo en el mundo como pura interacción de fuerzas
 - 4.3. El ángulo en el mundo vivo
 - 4.4. El ángulo en el mundo culto
 - 4.5. Para ir leyendo
- Bibliografía

5. La onda y la transmisión de energía

- 5.1. Introducción
 - 5.2. La onda en el mundo como pura interacción de fuerzas
 - 5.3. La onda en el mundo vivo
 - 5.4. La onda en el mundo culto
 - 5.5. Construcción y posibles materializaciones de la onda
 - 5.6. Para ir leyendo
- Bibliografía

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

- 6.1. La parábola
 - 6.2. Paraboloide
 - 6.3. La catenaria
 - 6.4. La parábola y la catenaria en el mundo como pura interacción de fuerzas
 - 6.5. La parábola en el mundo vivo
 - 6.6. Paraboloides
 - 6.7. La catenaria en el mundo vivo
 - 6.8. La parábola en el mundo culto
 - 6.9. Paraboloides
 - 6.10. La catenaria en el mundo culto
 - 6.11. Construcción y posibles materializaciones de la parábola y la catenaria
 - 6.12. Para ir leyendo
- Bibliografía

7. Fractales y autosimilitud

- 7.1. Introducción
- 7.2. Fractales en el mundo como pura interacción de fuerzas

7.3. Fractales en el mundo vivo

7.4. Los fractales en el mundo culto

7.5. Construcción y posibles materializaciones de los fractales

7.6. Para ir leyendo

Bibliografía

Introducción

La realidad no es un compendio de arbitrariedades en el que todo es igualmente posible o probable. Nos encontramos con regularidades, similitudes y conexiones por todas partes. Buscamos la regularidad, la predictibilidad, los patrones... Observamos los ciclos de la noche y el día, las estaciones, las mareas, los movimientos estelares o el comportamiento de nuestro gato. Investigar y ahondar en esas conexiones y regularidades han sido históricamente los principios guía de la tarea científica y filosófica. Pero también, desde el campo del arte, conectar lo aparentemente diverso, resaltar lo que *a priori* era indistinguible, ha sido desde siempre estímulo de la curiosidad, para no dejar de fascinarse por la complejidad del mundo, entenderlo y comprenderlo desde esa complejidad.

A lo largo de estos apartados vamos a realizar un recorrido por las formas básicas que podemos encontrar en la naturaleza. Son básicas porque las encontramos con mucha frecuencia en entornos muy diversos. La pretensión no es ni más ni menos que estimular la curiosidad para empezar a ver regularidades, relaciones y conexiones entre ellas. Siguiendo a Wagensberg y su libro *La rebelión de las formas* como estructura y clasificación de partida, estos apartados son un intento de concentrar y resumir el camino que él sintetizó tan bien, para recrearnos con una recopilación de imágenes que impulsen a establecer otros tejidos de relaciones y otras conexiones.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

¿Qué encontrarás en estos apartados?

Una serie de capítulos, relacionados pero independientes, dedicados a la indagación y a las conexiones que podemos establecer a partir de una forma. Son las siguientes:

- 1) Simetría circular y esférica
- 2) Hexágono y teselaciones del plano
- 3) Espirales y hélices
- 4) El ángulo y la concentración de fuerzas
- 5) La onda y la transmisión de energía
- 6) Parábola y catenarias
- 7) Fractales y autosimilitud

Se trata de realizar un esbozo teórico y ensayístico, dando especial importancia al tejido de relaciones visuales. Una síntesis sobre la forma que sea sugerente teórica y visualmente.

Los ejemplos visuales se dividen en tres grandes apartados que he denominado de la siguiente manera:

- **El mundo físico:** formas relacionadas con el mundo como pura interacción de fuerzas (lo que se suele llamar la «materia inerte»), sujetas a las leyes de la física y de la física cuántica, desde lo inmenso a lo minúsculo.
- **El mundo biológico:** la materia viva o en interacción biológica (lo que se suele llamar «selección natural»).
- **El mundo «culto»:** el mundo humano, sujeto a lo que podemos llamar, siguiendo a Wagensberg, la «selección cultural».

Intentaremos esbozar, a partir de un tejido de relaciones eminentemente visual, cómo la emergencia histórica de un determinado tipo de formas guarda importantes relaciones con la materia inerte y con la materia viva. En este sentido, quizá nos veamos sorprendidos por el pensamiento de que acaso la materia inerte no esté tan muerta, ni nuestro mundo «culto» sea tan independiente del biológico o de la materia como interacción de fuerzas. De ser así, quizá entonces empecemos a realizar nuestras propias relaciones.

1. Simetría circular y esférica

1.1. El círculo

1.1.1. Introducción

En términos geométricos, el círculo define un plano y tiene un área cuya frontera se delimita por una circunferencia. Esta curva o circunferencia es el mínimo perímetro posible que encierra la máxima superficie plana. Quizá por eso, el punto ideal se dibuja como un círculo. Es una manera de representarlo, pues el punto, como entidad abstracta, no tiene volumen ni área. Podríamos decir, a la inversa, que el círculo es un punto expandido, la materialización o manifestación de un ente abstracto, carente de dimensiones. Si el punto es la pura abstracción del volumen y del espacio, el círculo son sus efectos creados.

Punto y círculo comparten conceptos. El punto se representa muchas veces como la intersección de dos líneas, y también conceptualmente como centro generador que designa la manifestación de un principio. Así, el círculo, como punto expandido, sería la continuación de esa manifestación.

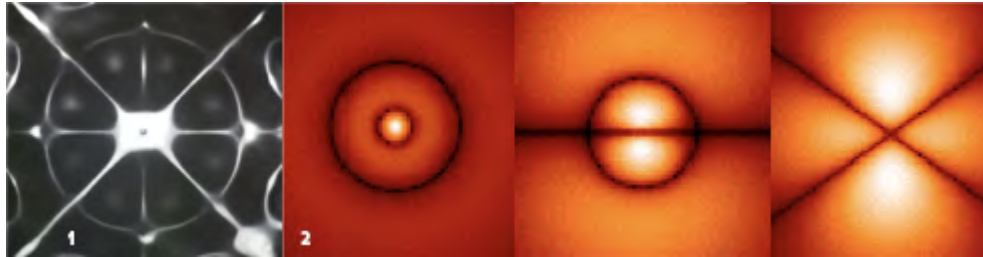
Siguiendo el esquema propuesto en la introducción, iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar los tres grandes ámbitos de interrelación: el mundo físico como pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar «selección cultural». La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes físicos, biológicos y culturales.

1. Simetría circular y esférica

1.1. El círculo

1.1.2. El círculo en el mundo como pura interacción de fuerzas

En la imagen inferior podemos ver en primer lugar los dibujos de arena que se generan por vibración sonora. Se trata de los experimentos de «Chladni», que hacen las delicias de museos de la ciencia de todo el mundo. Las ondas sonoras crean patrones sobre una superficie plana. Conectando un modulador de frecuencias a una superficie o simplemente haciéndola vibrar con el arco de un violín, podemos ver cómo la arena esparcida sobre la misma se ordena, según la frecuencia, en curiosos patrones geométricos.



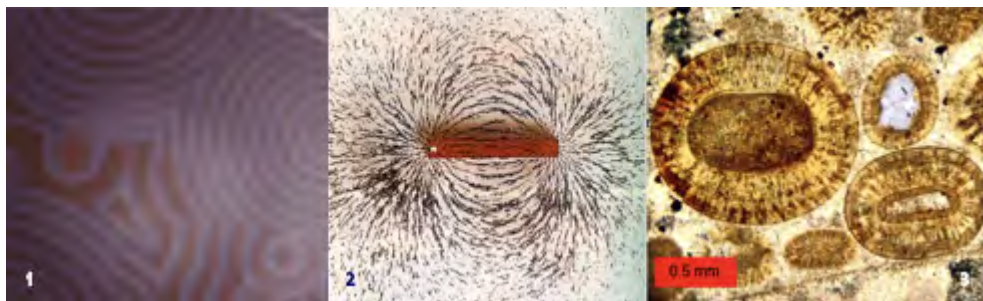
1. Dibujos de arena por vibración sonora (Fotograma del vídeo «Figuras de Chladni»).

Imagen disponible en: https://www.youtube.com/watch?time_continue=515&v=eLqor649t6E. [Fecha de consulta: 21.03.20].

2. Nubes de probabilidad del electrón, según estados del hidrógeno. Imagen disponible en: <https://cuentos-cuanticos.com/2012/10/07/de-la-realidad-visual-al-atomo>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

Es realmente fascinante observar la ordenación mágica de las partículas de arena que rebotan sobre la plancha de metal. La forma inicial de la plancha determina bastante la ordenación de las partículas y los dibujos generados. Sin embargo, en numerosas ocasiones aparecen simetrías circulares. No deja de ser sorprendente comparar las formas generadas por la arena con las nubes de probabilidad de los electrones estudiadas en física cuántica (en la imagen superior) y que vendrían a ser la región alrededor del núcleo atómico en la que orbitan los electrones, según mapas de probabilidad. La pura interacción de fuerzas genera un tipo de formas concretas con exclusión de otras, y muchas tienen simetrías circulares.

El círculo tiene una alta emergencia en el mundo físico. Basta con observar las formas del sonido, las ondas generadas por una piedra lanzada en un estanque, el crecimiento de determinados oncolitos (estructuras formadas por capas concéntricas), o los campos de fuerza de un imán.



1. Reacción de Belousov-Zhabotinski. Fotograma del vídeo “Reacción de Belousov-Zhabotinsky”. Imagen disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=psEalQ3U1zs>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

2. Virutas de hierro que muestran los campos de fuerza de un imán. Imagen disponible en: <https://perosimuove.wordpress.com/2012/03/11/el-empeno-del-sol-en-mostrarnos-nuestra-debilidad>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

3. Oolitos. Lámina delgada de oolitos calcáreos. Imagen disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Oolito>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

1. Simetría circular y esférica

1.1. El círculo

1.1.3. El círculo en el mundo vivo

Por lo que respecta a la materia viva, los ejemplos de simetrías circulares son también muy numerosos. El círculo y la circunferencia se definen siempre desde un centro en rotación. Podemos pensar en los primitivos compases realizados con cuerdas. La cuerda tensada y atada a un punto fijo (centro) definirá el radio de la circunferencia. Antes mencionamos que la circunferencia es el mínimo perímetro que encierra la máxima superficie plana. Desde un eje en rotación, conseguimos «encerrar» el máximo espacio posible. No podemos dejar de tejer similitudes. Cruzando reinos, tamaños y funciones, encontramos todo tipo de ejemplos: así, en las madrigueras o en los nidos, en los que por economía de espacio se trabaja desde un centro que maximiza los resultados. El círculo es un punto expandido.



1. Hormiguero. Imagen disponible en: <https://pixabay.com/pt/photos/formigueiro-formiga-inseto-natureza-140643>. [Fecha de consulta: 21.03.20].
2. Nido de pájaro Nido de alcaudón común (*Lanius Senator*). Imagen disponible en: <https://www.kythera-family.net/en/natural-history-museum/birds/shrike-nest>. [Fecha de consulta: 21.03.20].
3. Tela de araña. Imagen disponible en: <https://www.elindependiente.com/futuro/2019/04/04/bacterias-fabricar-telaranas-proyecto-al-mira-la-nasa/>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

Siempre que existe la posibilidad física de crecer en todas direcciones por igual, las simetrías circulares se repiten: desde las células a las colonias fúngicas, pasando por el desarrollo biológico de la pupila y el iris. Las comparaciones entre lo grande y lo pequeño son siempre sorprendentes.



1. Célula animal. Imagen disponible en: <https://saladeprensa.usal.es/atom/102617>. [Fecha de consulta: 21.03.20].
2. Colonia fúngica en placa de Petri. Imagen disponible en: <https://hongosmasquecallampas.wordpress.com/2016/03/01/el-micelio-y-la-colonia-fungica/>. [Fecha de consulta: 21.03.20].
3. Iris y pupila. Imagen disponible en: <http://www.progressivereform.org/iris.cfm>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

1. Simetría circular y esférica

1.1. El círculo

1.1.4. El círculo en el mundo culto

Volviendo a nuestro esquema, podemos hacer un sinfín de relaciones de simetrías circulares en el mundo culto o humano. Sin embargo, la pregunta subsiste: ¿por qué se utiliza la forma circular y no otra? Geométricamente, hemos remarcado la importancia del centro como punto invisible, que no obstante actúa como principio generador. Al círculo, como a la esfera, se le han asociado ideas de perfección y de totalidad. No es extraño que todas las teorías cosmológicas hasta Kepler se basaran en el círculo y la esfera. El mismo Kepler tuvo que luchar contra sus propias ideas preconcebidas para pasar del círculo a la elipse, debido a la fuerza simbólica de perfección asociada al círculo y a la esfera.

La teoría pitagórica de la armonía de las esferas, concepción geocéntrica del cosmos según la cual el universo estaría gobernado por proporciones numéricas armoniosas, llega hasta Kepler, que imagina en su primera obra magna las relaciones planetarias como esferas dentro de esferas en intrínseca relación con los sólidos regulares o sólidos platónicos.

La utilidad de la simetría circular es evidente. Si desmontamos cualquier máquina perteneciente a cualquier momento de la historia, nos encontramos con piezas torneadas, discos, esferas..., piezas de simetría circular.



1. Modelo copernicano de órbitas planetarias.

Imagen disponible en: <https://www.biblio.com/book/revolutionibus-orbium-coelestium-libri-vi-six/d/879609465>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

2. Piero della Francesca, *Madonna del duque de Urbino/sacra conversación* (fragmento), (1474).

Imagen disponible en: https://temasycomentariosartepaeg.blogspot.com/p/blog-page_340.html. [Fecha de consulta: 21.03.20].

3 Puente de Kromlau, Alemania. Imagen disponible en:

<https://steemit.com/spanish/@ldanielgmz/las-4-estaciones-del-ano-en-el-puente-de-kromlau-alemania>. [Fecha de consulta: 21.03.20].

1. Simetría circular y esférica

1.2. Esfera: propiedades geométricas y físicas

1.2.1. Equidistancia, superficie de revolución. Termodinámica

La esfera es el círculo en el orden de los volúmenes. Corresponde en el espacio de tres dimensiones a lo que la circunferencia es en el bidimensional. Geométricamente, una esfera es una superficie de revolución y se define matemáticamente como un conjunto de puntos situados a la misma distancia de un punto dado, pero en un espacio tridimensional. De la misma manera que el círculo es el menor perímetro que encierra la mayor área, la esfera es la menor superficie que encierra un volumen, es la forma más compacta. Se puede decir también a la inversa: la esfera es la superficie cerrada que encierra el máximo volumen posible. Como iremos desarrollando, la relación entre la geometría, la física y las formas «cultas» es estrecha y muy productiva para comprender la esfera.

1. Simetría circular y esférica

1.2. Esfera: propiedades geométricas y físicas

1.2.2. La esfera en el mundo como pura interacción de fuerzas

La esfera emerge con facilidad en entornos donde todas las direcciones son igualmente probables: sea en medios líquidos (una burbuja de aire en el agua, una burbuja de jabón en el aire, una gota de agua en aceite), o en medios donde no hay una dirección privilegiada (la gravedad la formación de una estrella, o el agua vertida por un astronauta).



1. Piedras de un «macar» o playa de rocas. Imagen disponible en: <https://menorka.wordpress.com/tag/macar-dalfurinet>. [Fecha de consulta: 22.03.20].
2. Burbuja de aire en el agua. Imagen disponible en: <https://theenergyst.com/what-is-ofwater-for/water-bubble>. [Fecha de consulta: 22.03.20].
3. Burbuja de jabón. Imagen disponible en: <http://www.proyectosandia.com/2010/07/porque-las-burbujas-de-jabon-muestran.html>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

En la imagen superior podemos ver un canto rodado. Los cantos rodados ruedan, claro. Y lo hacen según tiempos geológicos. Es decir, han pasado millones de años rodando, sin privilegiar ninguna dirección en concreto. Con el tiempo, acaban rodando en todas direcciones y adoptando forma esférica. De hecho, la antigüedad de un grano de arena se mide justamente por el grado de esfericidad.

1. Simetría circular y esférica

1.2. Esfera: propiedades geométricas y físicas

1.2.3. La esfera en el mundo vivo



1. Radiolario esférico. Imagen disponible en: <https://www.ck12.org/c/physical-science/metalloids/lesson/Metalloids-MS-PS>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

2. Medusa. Imagen disponible en: https://smbb.mx/congresos%20smbb/acapulco09/TRABAJOS/AREA_VII/CVII-13.pdf. [Fecha de consulta: 22.03.20].

3. Árbol. Imagen disponible en: <https://parquebatalladelaspiedras.imcanelones.gub.uy/especies-vegetales/especies/item/scutia-buxifolia-coronilla.html>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

La esfera emerge con facilidad asimismo en el mundo biológico, cuando no encontramos direcciones de crecimiento especialmente privilegiadas. Es el caso de muchas formas marinas, como los radiolarios, de simetría esférica, los huevos de pez, o muchas medusas.

Un árbol que ha crecido sin competidores que le den sombra alrededor adopta la simetría esférica como la óptima para la captación de luz, sobre todo si se encuentra cerca del ecuador, donde la luz le llega desde todas direcciones. Si se encuentra más cerca de los polos, donde la luz es más oblicua, adopta la forma de cono, la cual capta mejor la luz por término medio (Wagensberg, 2004). Igual de fascinante es la historia del desarrollo evolutivo del ojo. De la simple cavidad fotosensible al globo ocular, la simetría del ojo es esférica. Al igual que la copa del árbol, el órgano visual recibe la luz por igual desde muchas direcciones a la vez. Su ámbito de formación, el espacio iluminado por la luz solar, favorece la creación de esferas. Sin embargo, las células receptoras internas del ojo, que reciben la luz de forma oblicua, tienen forma cónica.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.



1. Cactus. Imagen disponible en: <https://pxhere.com/es/photo/997817>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

2. Los animales, cuando se acurrucan, generan una simetría circular: la mínima superficie que cierra un volumen o un espacio. Así se consigue que la pérdida de calor sea más lenta. Imagen disponible en: <https://www.pexels.com/es-es/foto/990299>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

3. Chumbera. Cactus que adopta dos tipos de forma: la de pala para ganar superficie y la esférica por «colonia». Imagen disponible en: <https://www.jardineriaon.com/chumbera.html>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

Si hablamos de intercambio de energía, dado que la superficie de la esfera es la mínima superficie que encierra el máximo volumen, el flujo entre el interior y el exterior se ralentiza. Sería al contrario que una resistencia o un radiador, formas planas que buscan la extensión de su superficie para difundir el calor. Esta característica termodinámica nos permite entender por qué tantos cactus adoptan la forma esférica, ralentizando al máximo la pérdida de agua interior. Si bien es cierto que muchas veces se estiran para ganar superficie y aprovechar las escasas lluvias, vuelven a adoptar la forma esférica agrupados por colonias. La esfera y el flujo termodinámico nos dan a entender también por qué nos acurrucamos, adoptando la máxima esfericidad posible, para minimizar la pérdida de calor.

En el mundo culto, encontramos el mejor ejemplo en un iglú, donde se puede llegar a temperaturas de cero grados. ¡Más de 50 grados de diferencia con el exterior! La esfera ralentiza el intercambio termodinámico.

La esfera se da con alta frecuencia en el mundo vegetal: semillas, frutas... Hemos dicho que es la forma más compacta y a la vez la que encierra más volumen. Con la mínima superficie, obtenemos la máxima capacidad interior. La esfera protege las semillas con el máximo de pulpa, la cual, a su vez, se convertirá en fertilizante para hacerlas crecer. Pero además, al no tener una dirección privilegiada, la esfera es más difícil de atacar, no hay por donde agarrarla. Son muchos los animales que se protegen adoptando forma esférica cuando se ven acechados, desde el armadillo al erizo o al llamado bicho bola. La esfera protege.



1. Ajo morado. Imagen disponible en: <https://frutasyverduraszaragoza.es/producto/ajo-seco-morado/>. [Fecha de consulta: 08.04.20]
2. Oniscidea o bicho bola. Imagen disponible en: florayfaunadiver.blogspot.com/2014/04/el-bicho-bola-de-la-tierra.htm. [Fecha de consulta: 22.03.20]
3. Armadillo. Imagen disponible en: <https://www.alamy.es/tres-bandas-armadillo-toypeutes-tricinctus-en-bola-defensiva-en-cautiverio-uk-image281396770.html>. [Fecha de consulta: 22.03.20]

1. Simetría circular y esférica

1.2. Esfera: propiedades geométricas y físicas

1.2.4. La esfera en el mundo culto



1. Esferas de piedra precolombinas de Costa Rica. Imagen disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Esferas_de_piedra_de_Costa_Rica. [Fecha de consulta: 22.03.20].
2. Escher, *Mano con esfera reflectante* (1935), Litografía. Imagen disponible en: <http://margaprofe.blogspot.com/2012/12/mano-con-esfera-reflectante-de-mc-escher.html>. [Fecha de consulta: 22.03.20].
3. Fotograma del vídeo *World's roundest object!*. https://www.youtube.com/watch?time_continue=33&v=ZMByI4s-D-Y&feature=emb_logo, Veritasium. [Fecha de consulta: 22.03.20].

Si el círculo encarnaba ideas de perfección y de totalidad en el orden bidimensional, la esfera lo hace a lo largo de la historia y en múltiples culturas en el orden tridimensional. A lo largo de los siglos, la bóveda celeste estrellada hizo pensar a los astrónomos que nos encontrábamos en el interior de una esfera perfecta. Sus características geométricas la han asociado a teorías filosóficas, desde la esfera inmutable de Parménides (*) hasta la «esferología» de Peter Sloterdijk, que asocia la esfera a la atmósfera y nos recuerda lo que fue la primera esfera humana: el vientre materno.

Esto es lo que parecen sugerir las dos primeras imágenes: las esferas de gran precisión realizadas por culturas precolombinas y el «selfie» esférico de Escher. Podríamos recorrer toda la historia del arte a través de la esfera: la conexión simbólica del mundo celeste y terrestre, la representación de la perfección, la interpretación psicoanalítica...

Nos hemos fijado en el nacimiento de la esfera en entornos de pura interacción de fuerzas, en el mundo vegetal y animal. En el mundo inteligente, donde reina la abstracción, la anticipación al entorno y la complejidad, la esfera tiene una propiedad evidente: rueda. De la misma manera que hacíamos mención de la gran proliferación de simetrías circulares en el mundo «culto», podemos hablar también de una gran transversalidad de la esfera en el ámbito de la tecnología: rodamientos, cojinetes, piezas torneadas...

Los primeros perdigones se hacían dejando caer plomo líquido en un pozo con agua. Al reproducir condiciones de isotropía (en caída libre, la gravedad se anula; experiencia que utilizan algunas compañías para simular entornos antigravitatorios en el interior de un avión en caída a 9,8 m/s), las gotitas de plomo adoptan la forma esférica mientras caen, enfriándose bruscamente al entrar en contacto con el agua.

En la tercera imagen vemos un objeto esférico. Se trata de una esfera de silicio, creada para determinar con exactitud atómica el patrón del kilogramo, proyecto de 2011 para determinar el patrón de masa, con un número exacto de átomos de silicio. Para empezar, se mide con láser el diámetro de esta esfera extremadamente pulida. Conocida la densidad del silicio, se puede calcular el número de átomos con una precisión asombrosa. La esfera ideal, abstracta y geométrica, se transmuta en un objeto físico que, a la vez, permitiría conceptualizar y «estabilizar» el patrón del kilogramo sin necesidad de depender de un objeto físico.

Recapitulando, podríamos decir que la esfera y la simetría circular aparecen con facilidad en entornos donde existen condiciones de isotropía, sin direcciones privilegiadas en la interacción de fuerzas físicas. En el mundo vivo tiene una función muy clara de proteger y de ralentizar el intercambio termodinámico. En el mundo culto simboliza la perfección y la totalidad, forma parte intrínseca de la tecnología, y nos permite comprender de forma abstracta otros patrones físicos.

1. Simetría circular y esférica

1.3. Construcción y posibles materializaciones de la esfera y el círculo

El objeto más esférico del mundo está hecho con alta tecnología y costó más de un millón de euros solo en el material del que está hecho: silicio puro. Esta esfera, que pesa exactamente un kilogramo, se hizo para «estabilizar» la unidad kg del sistema internacional, la única que tiene un objeto físico como referencia. En su superficie, las diferencias entre valles y montañas se pueden contar por átomos, y si el objeto, de unos 5 cm de radio, tuviera el tamaño de la tierra, la diferencia entre el punto más alto y el más profundo sería tan solo de 14 metros. Es el objeto físico más esférico que existe.

Si no necesitamos tanta precisión, podemos recurrir a maquinaria, como por ejemplo el torno. En las fichas del toolkit «Tornear», podéis ver algunos vídeos sobre torneado en diferentes materiales, como madera o piedra, y con tornos de control numérico. Otra posibilidad es fabricarse un torno a medida para realizar piezas en yeso u otro material que endurezca rápidamente. Hacer un torno manual, con una varilla elevada que se pueda rotar a la manera de una manivela, no será difícil con un poco de ingenio y el espacio adecuado. Si recortamos en una chapa una semicircunferencia, nos hará de guía para obtener la esfera que deseemos. La vara o manivela, que quedará dentro de la pieza, ha de ser resistente para sustentar el peso del yeso.

Siempre podemos realizar un modelo en barro o plastilina. Y de la misma manera, a través de una plantilla, ir haciendo ajustes alrededor de sus diferentes ejes de simetría. Con paciencia, se puede llegar a ser extremadamente preciso.

En la ficha de técnicas «Vaciar» se pueden ver diversas maneras de realizar un molde, susceptibles de ser aplicadas para copiar objetos que nos interesen, en este caso, esféricos. Pero hay uno en particular que se realiza con moldes de tierra, generando un negativo fácilmente. Con un sistema rígido que nos haga de radio, podríamos vaciar una semiesfera muy precisa. Asimismo, se puede ver un sistema similar utilizado a mayor escala para la fabricación de una cúpula con ladrillos (elipsoide, en el caso del vídeo). Podríamos utilizar un disco de madera para hacerlo rotar y generar una semiesfera.

Por otro lado, actualmente, gracias al gran Buckminster Fuller, conocemos y podemos construir con poliedros regulares una cúpula geodésica como una semiesfera o como una esfera completa. Las caras de una cúpula geodésica pueden ser triángulos, hexágonos o cualquier otro polígono. Los vértices deben coincidir todos con la superficie de una esfera o con un elipsoide. El número de veces que las aristas del icosaedro o del dodecaedro son subdivididas dando lugar a triángulos más pequeños se llama frecuencia de la esfera o cúpula geodésica. Cuantas más subdivisiones, más nos acercaremos a la esfericidad.

Ved también:

Tenéis más información sobre elipsoides y superficies parabólicas en el apartado «Parábolas y catenarias».



1. Arnaldo Pomodoro, *Esfera dentro de esfera*, Trinity College, Dublín. Imagen disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Trinity_Pomodoro.jpg#filelinks. [Fecha de consulta: 22.03.20].

2. Fotograma del vídeo *DOME Cupole per Abitare*. Imagen disponible en: https://www.youtube.com/watch?time_continue=17&v=2s0mYBQAZDk&feature=emb_title, Luigi Alini. [Fecha de consulta: 22.03.20].

3. Biosfera de Montreal, Imagen disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%BApula_geod%C3%A9sica. [Fecha de consulta: 22.03.20].

En definitiva, la esfera tiene múltiples posibilidades de materialización. Conocer las implicaciones físicas, biológicas y culturales debe ayudar a resituar nuestro propio proyecto para realizar y concretar la materialización final.

1. Simetría circular y esférica

1.4. Para ir leyendo

«Hubo un tiempo en el que la realidad era una especie de sopa de quarks más o menos homogénea. Pero basta un vistazo a nuestro alrededor para convencernos de que las cosas se han complicado. Hay objetos en los que predomina la materia, como una gota de agua o un puñado de arena. Hay objetos en los que predomina la energía, como un rayo de sol o el entorno de un imán. Y hay objetos en los que predomina la información, como un pedazo de ADN o un poema.

¿Cómo es posible que el mero transcurso del tiempo cambie las cosas? Lo que más tenemos es tiempo. Y el tiempo siempre acaba pasando. Es solo cuestión de tiempo».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pág. 19). Barcelona: Tusquets.

«Cuando los metafísicos hablan poco, pueden alcanzar la verdad inmediata, una verdad que se desgastaría por las pruebas. Entonces se puede comparar a los metafísicos con los poetas, asociarlos a los poetas que nos revelan en un verso una verdad del hombre íntimo. Así, extraigo del enorme libro de Jaspers *Von der Wahrheit* este juicio breve: “Jedes Dasein scheint in sich rund” (pág. 50). “Toda existencia parece en sí redonda”».

Bachelard, G. (1975). *La poética del espacio* (pág. 201). México: Fondo de Cultura Económica.

«Ya hemos mencionado la obsesión juvenil de Kepler con un modelo del sistema solar basado en los sólidos platónicos. Aunque igualmente (es decir, completamente) errónea, la idea de Kepler alcanza un nivel más alto, científicamente, que las especulaciones de Platón en el *Timeo*. Porque Kepler, a diferencia de Platón, intenta ser preciso y específico. La esfera de Mercurio sujeta un octaedro circunscrito que está inscrito en la esfera de Venus. Luego tenemos un icosaedro, un dodecaedro, un tetraedro y un cubo que interpolan, respectivamente Venus-Tierra, Tierra-Marte, Marte-Júpiter, y por último, Júpiter-Saturno. La concordancia, aunque no exacta, estaba lo bastante cerca para convencer a Kepler de que estaba en el camino correcto. Alentado por ello, tuvo el valor de ponerse a afinar su modelo y compararlo con mejores datos, de modo que sacara a relucir con más claridad la música de las esferas».

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte* (pág. 87). Barcelona: Crítica.

Bibliografía

1. Simetría circular y esférica

Bibliografía

Bachelard, G. (1975). *La poética del espacio*. México: Fondo de Cultura Económica.

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Kandinsky, W. (2003). *Punto y línea sobre plano*. Barcelona: Paidós Ibérica.

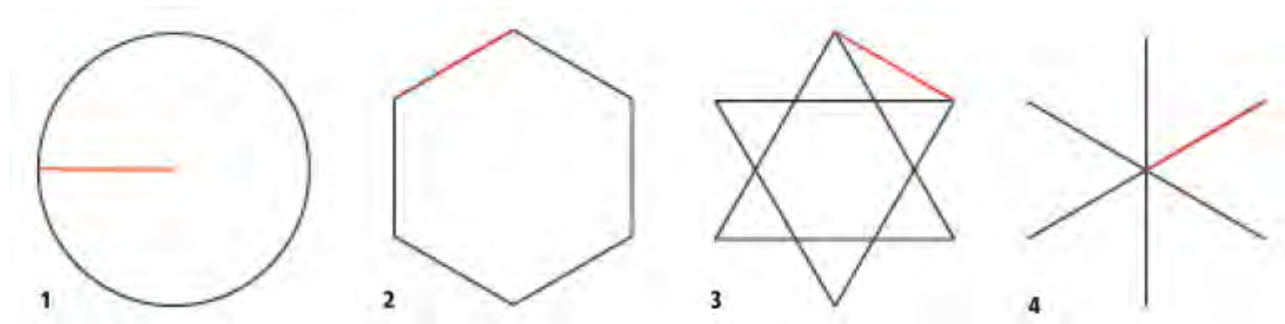
Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.1. Hexágono. Propiedades geométricas y físicas

Un hexágono es un polígono de seis lados y seis vértices. El hexágono regular tiene los seis lados iguales con ángulos iguales. Cuando se inscribe en una circunferencia, esta pasa por todos sus vértices. Está muy relacionado con el triángulo equilátero, pues se puede dividir en seis triángulos equiláteros. Asimismo, en el hexágono se inscriben dos triángulos equiláteros mayores que forman la conocida estrella de seis puntas. También está íntimamente relacionado con la circunferencia: el lado del hexágono regular equivale al radio de la circunferencia en la que se inscribe. Es lo que muestra la siguiente serie de imágenes.



1. Masferrer, V. Modulaciones sobre el hexágono. 2020.

Como en el resto de capítulos, seguiremos el esquema propuesto en la introducción para intentar comprender por qué el hexágono es un patrón abundante y recurrente en la naturaleza. Iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar los tres grandes ámbitos de interrelación propuestos: el mundo físico como pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural, y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar «selección cultural». La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes: físicos, biológicos y culturales.

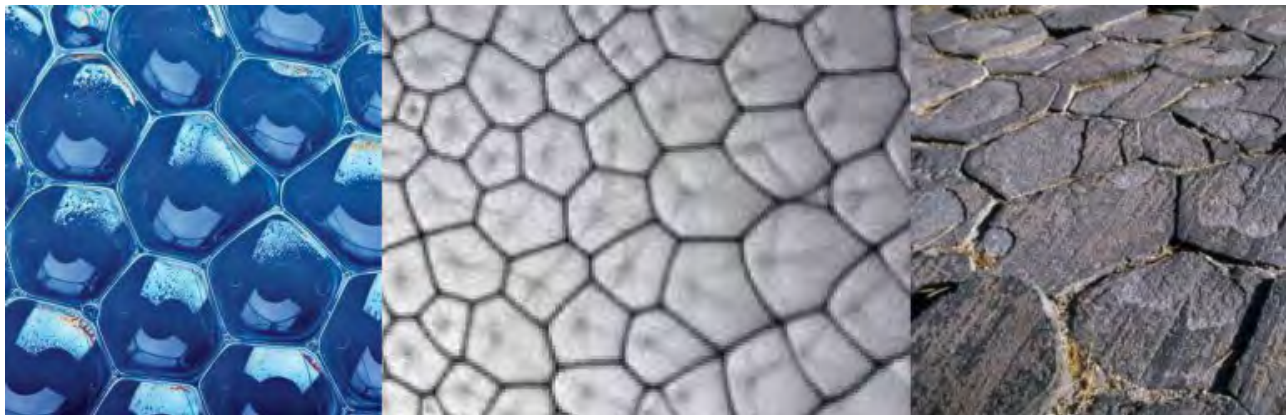
2. Hexágono y teselaciones del plano

2.2. El hexágono en el mundo como pura interacción de fuerzas

2.2.1. Introducción

En la ficha del toolkit «Simetría circular y esférica» se aludía a la profusión de formas circulares y esféricas en la naturaleza cuando los ambientes son isótropos, es decir, cuando el medio en el que una forma crece o se desarrolla es homogéneo. Cuando todas las direcciones de crecimiento (de dentro hacia fuera) son igualmente probables, reinan las simetrías circulares y esféricas.

Pues bien, si invertimos la dirección de fuerzas y nos situamos en espacios donde se ejerce una fuerza externa por igual desde todas direcciones (de fuera hacia dentro), obtenemos patrones hexagonales. La presión isótropa genera hexágonos, pues «rellenan» las superficies que los círculos tangentes no pueden ocupar, utilizando la mínima energía o la máxima optimización del espacio. Los hexágonos «pavimentan» (*).

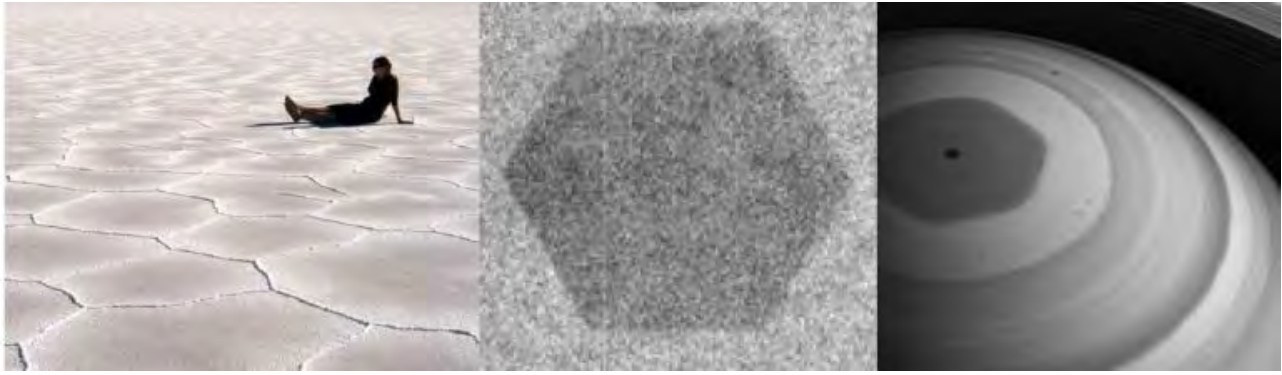


1. Ball, Philip, *Patterns in nature*, Marshal, London, 2016. Imagen disponible en: <https://www.smithsonianmag.com/science-nature/science-behind-natures-patterns-180959033>. [Fecha de consulta: 22.03.20].
2. Convección de Bénard. Imagen disponible en: <https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/neandertales-492/conveccion-de-bnard-904>. [Fecha de consulta: 14.03.20].
3. Rocas basálticas de disposición casi hexagonal. Imagen disponible en: <https://www.discovermagazine.com/the-sciences/how-do-volcanoes-create-towering-columns-in-rock>. [Fecha de consulta: 14.03.20].

En la materia inerte o en el mundo sujeto a la pura interacción de fuerzas encontramos numerosos ejemplos de ordenación hexagonal. Si nos fijamos en la primera imagen (superior izquierda), podemos ver un patrón hexagonal en un conjunto de burbujas. La competencia por el espacio genera, por presión isótropa homogénea desde todos los puntos, una red hexagonal.

La segunda imagen es una fotografía de silicona líquida calentada por convección. Las diferencias de temperatura en el seno de fluidos generan patrones con pautas regulares. Al calentarse, el material se dilata, disminuye su densidad y asciende. En cuanto llega a la superficie, se enfría y vuelve a aumentar de densidad, y por tanto, desciende. Este patrón no sucede en bloque con todo el fluido, sino que se generan pequeños rollos ascendentes-descendentes o «células convectivas» (*) que, si bien pasan por estados de turbulencia, en condiciones críticas de temperatura y viscosidad generan patrones hexagonales. La similitud con patrones celulares de tejidos vivos es asombrosa.

[1] Boada Ferrer, M. (2013). «Convección de Bénard». *Investigación y ciencia, Temas* (n.º 74, págs. 86-88).



1. Salta, Argentina. Imagen disponible en: https://www.getyourguide.com/salta-l1153/desde-salta-tour-de-un-da-por-salinas-grandes-y-purmamarca-t69016/?utm_force=0. [Fecha de consulta: 14.03.20].

2. Estructura del grafeno. Imagen disponible en: <https://www.azonano.com/news.aspx?newsID=36917>. [Fecha de consulta: 14.03.20].

3. Hexágono de Saturno. Imagen disponible en: <https://www.muyinteresante.es/ciencia/articulo/hallan-un-segundo-hexagono-en-la-estratosfera-de-saturno-541536831875>. [Fecha de consulta: 14.03.20].

Otros fenómenos de creación de patrones hexagonales los encontramos en las columnas de basalto, los cuales son muy parecidos al patrón de las grietas por desecación (las grandes extensiones de salinas de la fotografía superior izquierda). Cuanto más rápida sea la desecación, más irregulares serán las formas generadas (tal como sucede en un charco fangoso). Pero si la desecación es lenta (caso de las salinas), las redes poligonales se acomodan según patrones que minimizan la disposición espacial y generan redes hexagonales, «pavimentando» el espacio.

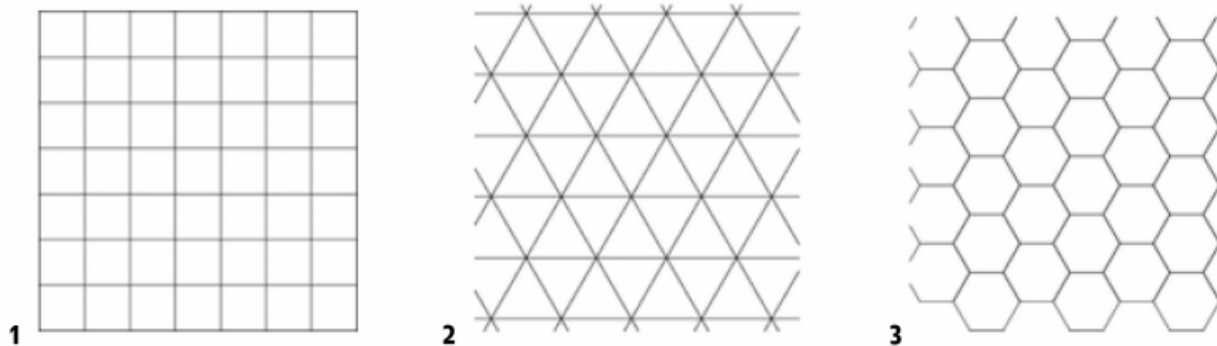
Como podemos observar en las imágenes, este tipo de patrón lo encontramos tanto en el mundo atómico (así, las redes hexagonales de las «hojas» de grafeno) como a escala planetaria (la macro convección generada por rotación de fluidos en uno de los polos de Saturno (imagen superior derecha). En el mundo inerte sujeto a las fuerzas fijas, el patrón hexagonal rellena el espacio, justamente porque es la forma que minimiza la energía necesaria para su ocupación.

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.2. El hexágono en el mundo como pura interacción de fuerzas

2.2.2. Teselaciones del plano

Teselar el plano es recubrirlo o pavimentarlo con figuras que generan un patrón y que crean una superficie homogénea con una regularidad que no deja intersticios ni superposiciones entre las figuras. Solo hay tres formas de teselar el plano con figuras regulares: mediante cuadrados, mediante triángulos equiláteros y mediante hexágonos.



1. Zenil, H., *Lo que cabe en el espacio*, CopIt-arXives, Méjico, 2011. Imagen disponible en: <http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/copit/TS0008ES/TS0008ES.pdf>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

También existen teselados semiirregulares, combinación de diferentes polígonos regulares. Sin embargo, aunque el número de polígonos regulares es infinito (hasta la circunferencia), solo existen ocho combinaciones posibles de polígonos regulares, que incluyen triángulos, cuadrados, octógonos y dodecágonos.

2. Hexágono y teselaciones del plano

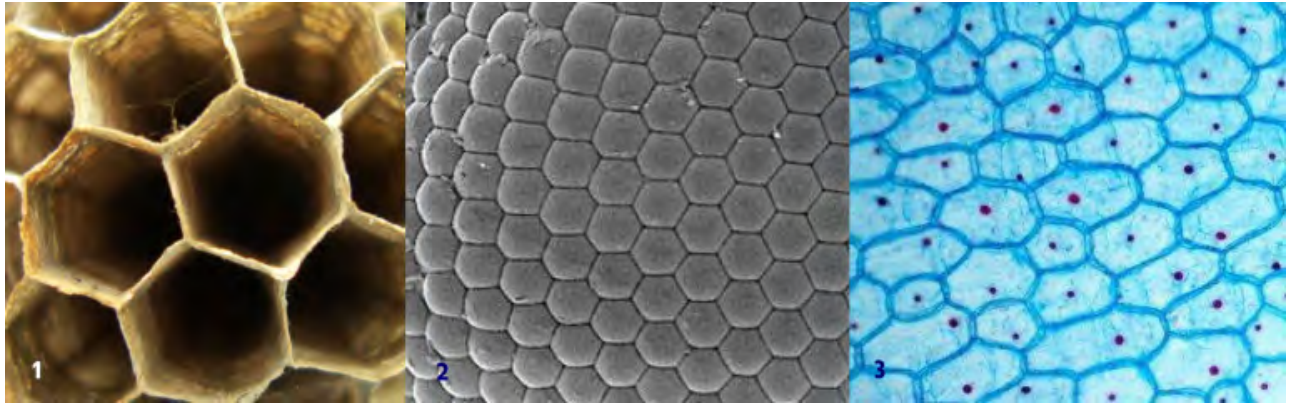
2.2. El hexágono en el mundo como pura interacción de fuerzas

2.2.3. Problema del panal de abeja

La conjetura del panal de abeja, atribuida como teorema a Pappus de Alejandría (s. IV d. C.), afirma que un teselado hexagonal (retícula en forma de panal de abeja) es la mejor manera de dividir una superficie en regiones de igual área y con el mínimo perímetro total. No es hasta 1999 que el matemático Thomas Callister Hales lo demostró matemáticamente: no hay ninguna forma ni ninguna combinación de formas que empaquete el espacio mejor que el hexágono. Lo hemos ido viendo más arriba. El hexágono es un patrón regular que aparece, por pura interacción de fuerzas, en muy diversos campos del mundo inerte. El hecho de que aparezca en el mundo vivo tiene mucha correlación con el ahorro energético, espacial y material para producir un mismo efecto.

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.3. El hexágono en el mundo vivo



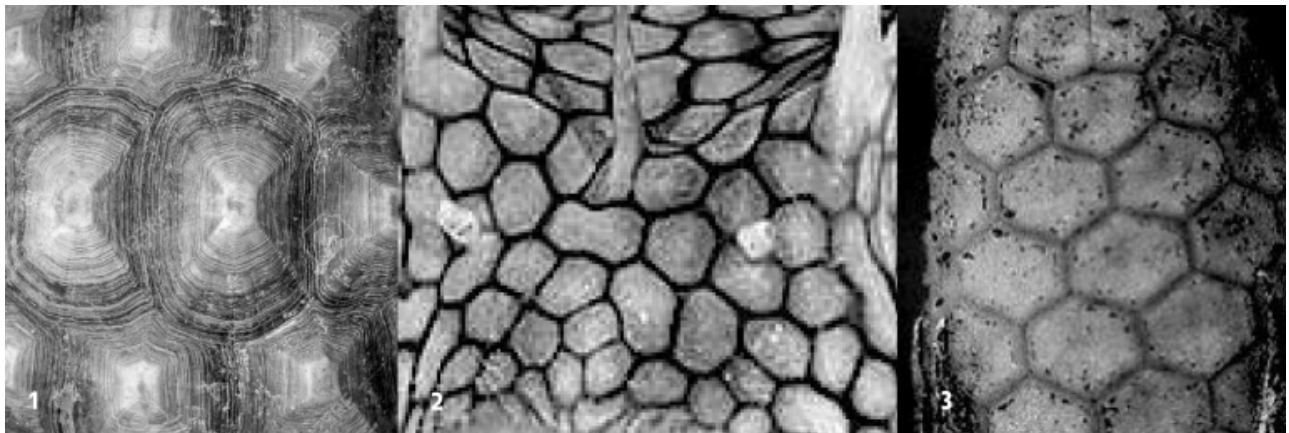
1. Panal de abeja. Imagen disponible en: <http://www.flickr.com/photos/26149816@N04/5421701356>. [Fecha de consulta: 14.03.20].

2. Ojo de insecto. Imagen disponible en: <https://eluniversobajoelmicroscopio.blogspot.com/2015/09/la-vision-en-los-animales-iv-los-ojos.html>. [Fecha de consulta: 14.03.20].

3. Epidermis de cebolla. Imagen disponible en: https://www.nationalgeographic.com.es/fotografia/foto-del-dia/mis-primeras-practicas-laboratorio_14701. [Fecha de consulta: 14.03.20].

En el mundo vivo encontramos numerosos ejemplos de patrones hexagonales. La selección natural ha ido favoreciendo este patrón en muy diversos ámbitos. El principal problema a solventar es el de la compactación en todas las superficies que separan o que hacen de frontera con el exterior. Lo saben bien las abejas, que han de minimizar el aporte de cera para la construcción de sus panales. Lo vemos también en numerosos ojos de artrópodos como los insectos.

A diferencia de los vertebrados, que «optaron» por concentrar rayos de luz mediante lentes, en los insectos, la selección natural favoreció el tubo. A cada tubo correspondería una mancha de luz o píxel. Así, cuantos más tubos y más compactos, más resolución. Aparece de nuevo el problema de la compactación del espacio.



1. Caparazón de tortuga. Imagen disponible en: https://es.123rf.com/photo_83241565_textura-del-caparaz%C3%B3n-de-tortuga-.html. [Fecha de consulta: 08.04.20].

2. *Chilomycterus antillarum*. Muchos peces tiene patrones hexagonales en su piel. Disponible en: <https://tintorero-wwwartesdepesca.blogspot.com/2012/09/vamos-pescar-pez-erizo.html>. [Fecha de consulta: 08.04.20].

3. Fruto de la planta *Monstera Deliciosa* o *Costilla de Adán*. Imagen disponible en: <http://matemolivares.blogia.com/temas/matematicas-y-geometria-en-la-naturaleza..php>. [Fecha de consulta: 08.04.20].

Podemos observar así numerosos ejemplos: las pieles de muchos reptiles y peces, caparazones, cortezas como la de la piña, o el envoltorio compacto de la planta *Equisetum arvense* o «cola de caballo» (véase fotografía superior). Ejemplos todos ellos de simetrías circulares o semicirculares, comprimidas o compactadas, con la función de cubrir superficies por las que no queden intersticios, ni se puedan hendir o penetrar. El hexágono, pavimentando, ejerce de frontera entre el exterior y el interior en el mundo vivo.

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.4. El hexágono en el mundo culto

No es una casualidad que se utilice el hexágono como elemento modular para pavimentar: nace en la materia por pura interacción de fuerzas, se consolida y perfecciona en muchas superficies vegetales y animales, estableciendo una frontera entre el interior y el exterior, y forma parte de muchos patrones de pavimentación de suelos y de ornamentación. Sin embargo, hay un importante salto mental de la pavimentación natural a la humana. Óscar Tusquets, el arquitecto barcelonés, explica con admiración cómo uno de sus profesores universitarios, Josep Sostres, dio una clase magistral relacionando el plano horizontal con la filosofía y el pensamiento abstracto. Pavimentar significa crear una superficie firme, llana, duradera, y está claro que tiene que ver con la independencia del entorno, de la misma manera que el caparazón de una tortuga la aísla de los depredadores.

Para pavimentar se ha utilizado todo tipo de materiales: desde la cerámica (como en los diseños islámicos, o en los muros de Olafur Eliasson), hasta el metal, el vidrio, la madera o la piedra (así, el paseo de Gracia de Barcelona, que cuenta con un bello pavimento hexagonal diseñado por Gaudí).

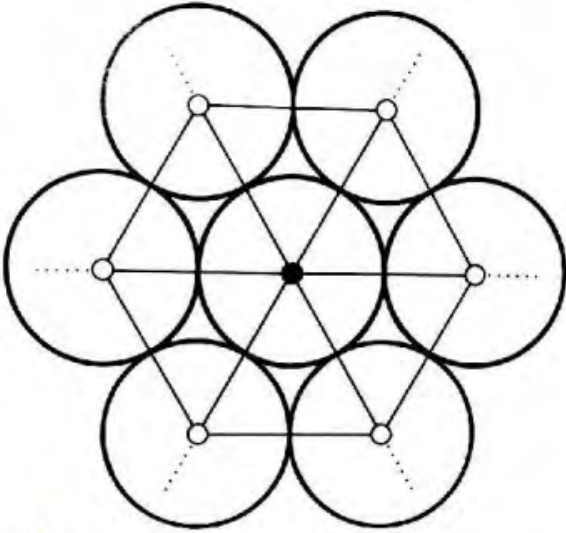


1. Un mosaico de suelo romano de patrón hexagonal. Siglo I d. C., Palazzo Massimo, Roma. Imagen disponible en: <https://www.ancient.eu/image/1283/roman-geometric-mosaic/>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

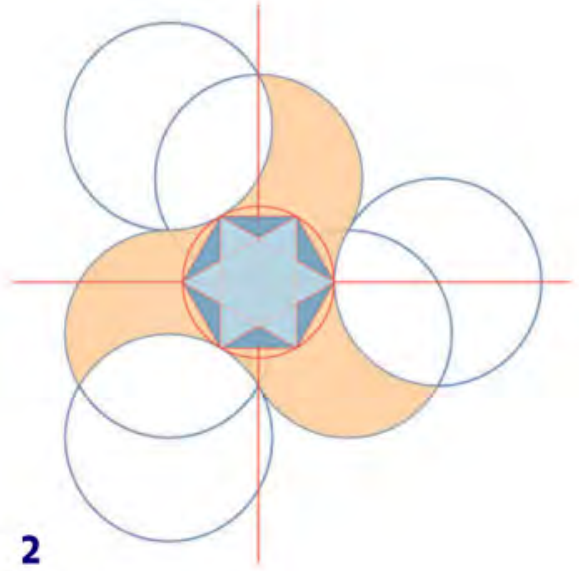
2. Vasarely, Victor (1908-1997). *Homenaje al hexágono* (1969), Museum of Modern Art, New York. Imagen disponible en: <https://www.flickr.com/photos/32357038@N08/6561140855>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

3. Olafur Eliasson (2004), *Quasi brick wall* (fragmento). Imagen disponible en: <https://www.flickr.com/photos/koonce/3919880386>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

El hexágono pavimenta en la naturaleza, y lo hace en el mundo culto desde la Antigüedad. En la imagen inferior podemos ver la representación gráfica de la generación del hexágono a partir de la yuxtaposición de esferas en un plano. Cada esfera es tangente a otras seis. Y si conectamos sus centros obtenemos una red de triángulos equiláteros que a su vez forman hexágonos. El mundo islámico, históricamente centrado en la representación abstracta, tiene una grandísima riqueza de patrones; sin embargo, el hexágono es muchas veces recurrente en la ordenación espacial de los complejos teselados.



1



2

1. Gestner, Karl. *Las formas del color*, Blume, Madrid, 1988.

2. Composición geométrica basada en el hexágono. Imagen disponible en: <http://www.catnaps.org/islamic/geometry.html>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

A diferencia de la esfera –la cual, si bien tiene una altísima emergencia tanto en la naturaleza como en el mundo culto, es difícil de ejecutar formalmente con precisión–, el hexágono, al ser una forma geométrica elemental y perfecta, es más sencillo de formalizar. Conocida su relación con el radio de la circunferencia y con el triángulo equilátero, el hexágono es una figura que se presta al juego y a la composición. Es fácil realizar piezas en madera, en arcilla o en yeso que sigan este patrón. En las fichas de «Vaciado» y de «Bajorrelieve» podéis encontrar ejemplos susceptibles de ser utilizados para la fabricación de hexágonos. Asimismo, si vais a las fichas de materiales «Arcilla», «Piedra», «Metal» o «Madera», o a la de «Técnicas de construcción», podréis ver cómo la industria proporciona hoy en día numerosos materiales y técnicas perfectamente aplicables al diseño geométrico.



1



2



3

1. Tuerca hexagonal. Imagen disponible en: <http://www.hidragricolamercado.es/producto/es/tuerca-hexagonal-zincado/4148/1>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

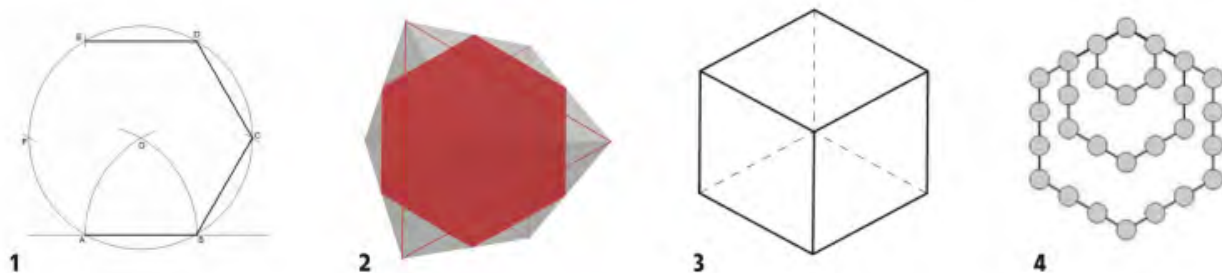
2. Tangram hexagonal. Imagen disponible en: <https://yaoota.com/en-ng/product/vakind-creative-children-wooden-hexagonal-puzzle-assembled-t-price-from-jumia-nigeria>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

3. Munari, B. Lámpara hexagonal. Imagen disponible en: <https://www.luze.es/artemide-es-lamparas-de-suspension-artemide/lampada-esagonaleopera>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

Los ejemplos se suceden a lo largo de los diferentes campos de la industria y el diseño. La geometría hexagonal es útil y con innumerables desarrollos en la historia de la arquitectura, el arte y el diseño.

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.5. Construcción y posibles materializaciones del hexágono



1. Construcción del hexágono. Fotograma del vídeo *Hexágono regular dado el lado*. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=WuwlBpnrKxl>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

2. Relación del hexágono con el cubo. Imagen disponible en:

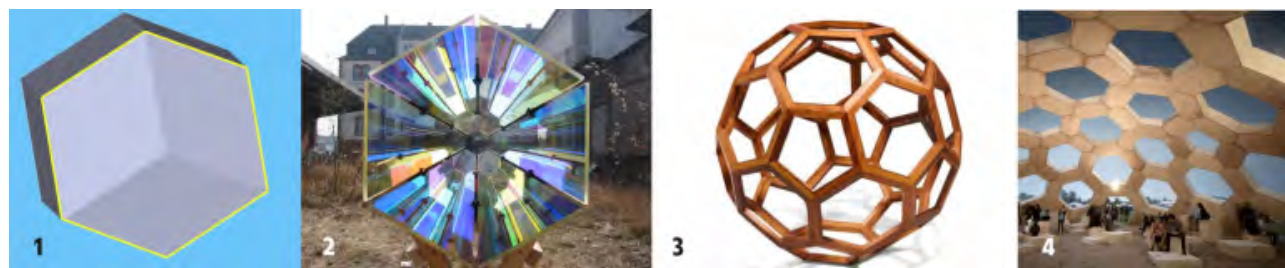
<http://www.edificacion.upm.es/geometria/JPA/Hexaedro%2002.html>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

3. Relación del hexágono con la perspectiva isométrica. Se basa la isométrica en los ángulos del hexágono por razones de «compactación». (Imagen propia).

4. El seis es un número perfecto. En la imagen, representación del número 28, que también es un número perfecto. Matemáticamente, el número 6 es un número perfecto. Se entiende por tal el número entero que es igual a la suma de sus divisores: $1 + 2 + 3 = 6$. El siguiente es el número 28, pero resulta que entre los primeros treinta millones de números ¡solo hay 4 números perfectos! Para dar una idea de su rareza, baste decir que se conocen actualmente 51 números perfectos. ¡Y el número 51 tiene casi cincuenta millones de dígitos! Es decir, no hay tantos, y tienen características peculiares: todos son representables mediante hexágonos. Imagen disponible en: <https://soymatematicas.com/numeros-perfectos/>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

Como hemos visto, el hexágono está íntimamente relacionado con la circunferencia. Subdividiendo el círculo en partes iguales al radio, obtenemos una división en seis lados. Podéis ver un ejemplo de geometría muy sencilla en el vídeo de más arriba (imagen superior izquierda). Allí se explica cómo encontrar el hexágono a partir de un segmento dado.

Por su relación con el triángulo, con el cubo y con la circunferencia, el hexágono es un gran generador de formas modulares. En el fascinante mundo de los teselados tridimensionales, el hexágono es un patrón recurrente.



1. Dodecaedro rómbico. Uno de los poliedros que teselan el espacio. Imagen extraída y modificada de:

<https://3dwarehouse.sketchup.com/model/e5584e0213728efd98f7752d0dcf0d15/dodecaedro-rombico?hl=es>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

2. *Colour vision kaleidoscope* (2003), Studio Olafur Eliasson. Vidrio y estructura de madera. Imagen extraída de:

<https://olafureliasson.net/archive/artwork/WEK100973/colour-vision-kaleidoscope#slideshow>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

3. Ai Wei Wei, *Untitled (Foster Divina)* (2010). Madera. Icosaedro truncado, uno de los sólidos de Arquímedes, combinación de hexágonos y pentágonos. Imagen disponible en: <https://www.kollerauktionen.ch/en/100826-0001-5041-ai-weiwei.-ohne-titel.-foster-5041-434789.html?RecPos=6>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

4. Cúpula goedésica basada en el hexágono del estudio danés Atelier Kristoffer Tejlgaard. Imagen disponible en: <https://www.atelierkristoffertejlgaard.com/portfolio>. [Fecha de consulta: 15.03.20].

2. Hexágono y teselaciones del plano

2.6. Para ir leyendo

«Esta figura, hecha de dos triángulos equiláteros superpuestos, uno con la punta hacia abajo y el otro hacia arriba, de modo que el conjunto constituye una estrella de seis puntas, es una de las representaciones simbólicas más universales. Se encuentra en la India con el nombre de “yantra”; entre los hebreos, los cristianos y los musulmanes, con el nombre de “sello de Salomón”. También figura en la glíptica de las civilizaciones mesoamericanas. En la filosofía hermética representa la síntesis de las fuerzas evolutivas e involutivas, a través de la interpenetración de los dos temarios. La tradición hindú ve en él la unión de Shiva y Shakti, dicho de otro modo, la hierofanía fundamental. Hablando en términos psicológicos, para la escuela junguiana, esta unión de los contrarios simboliza “la unión del mundo personal y temporal del yo con el mundo no personal, intemporal del no yo».

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos* (pág. 562). Barcelona: Herder.

«Imaginemos ahora la profusión de simetrías circulares restringida a un plano. Por ejemplo, las burbujas de la espuma de un detergente tienden a ser esféricas en el espacio de tres dimensiones. Sin embargo, si constreñimos la solución jabonosa entre dos vidrios planos, tendremos ante nosotros burbujas circulares de diámetro parecido compitiendo entre sí por ocupar el espacio plano disponible. Una burbuja sin otras vecinas en su entorno inmediato presentará una forma de disco perfecto. Si la población de burbujas aumenta, cada disco tenderá a rodearse de hasta otros seis discos tangentes. El plano tenderá entonces a llenarse de círculos. Solo quedarán libres unos característicos intersticios entre los puntos de tangencia. Pero atención: si la presión de la población de círculos sigue creciendo, el espacio perdido de los intersticios tenderá a desaparecer porque los círculos se deforman hasta que el plano queda perfectamente pavimentado con una nueva forma emergente: el hexágono».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pág. 184). Barcelona: Tusquets.

«Sin que viniese a cuento, ni figurase en el programa, ni correspondiese con la época contemporánea que estábamos tratando, se descolgó con una disertación –no sé si personal pero brillantísima– de lo que significó para la historia de la arquitectura y de la humanidad el descubrimiento de planos horizontales. Nos hizo ver cómo el plano horizontal como superficie transitable tuvo que ser una aportación de la creatividad humana, pues en la naturaleza no se encuentra jamás, ya que solo en el agua en reposo hallamos esta geometría, y sobre el agua no se puede, fuera de las Sagradas Escrituras, andar. Nos hizo imaginar cómo el hombre, liberado del engorro de caminar atento a los accidentes del terreno, pudo comenzar a peripatear a la vez que pensaba en sus cosas, y así aficionarse a los razonamientos abstractos que le habían de llevar a la filosofía».

Tusquets, O. (1998). *Todo es comparable* (pág. 86). Barcelona: Anagrama.

Bibliografía

2. Hexágono y teselaciones del plano

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Gestner, K. (1988). *Las formas del color*. Madrid: Blume.

Tusquets, Ó. (1998). *Todo es comparable*. Barcelona: Anagrama.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

Zenil, H. (2011). *Lo que cabe en el espacio*. México: Coplt-arXives.

3. Espirales y hélice

3.1. Introducción

La espiral es una curva generada por un punto que se aleja de un centro y gira alrededor de él al mismo tiempo. Es decir, es una curva cuyo radio de curvatura crece sin cesar. En lenguaje matemático se habla del punto de origen como «polo». Imaginemos una línea recta que tiene su extremo en el polo y que «barre» circunferencias como la manecilla de un reloj. A esa recta la llamaremos vector. Un punto desplazándose en esa recta o vector que, a su vez, gira como la manecilla, dibujará una trayectoria espiral.

La hélice, en cambio, es un tipo de espiral diferente cuya curvatura no comienza desde un origen definido ni cambia en su avance. Las tangentes de la curva que describe forman un ángulo constante, siguiendo una dirección fija en el espacio. Es la traslación de un movimiento circular. Las hay de diversos tipos, según se desarrollen en un cilindro, un cono o una esfera.

Vamos a centrarnos en dos grandes tipos de espirales: la espiral de Arquímedes o aritmética, y la espiral logarítmica o equiangular.

La espiral de Arquímedes

La espiral de Arquímedes es aquella en la que el radio vector (la manecilla) gira uniformemente, y el punto que se desplace sobre él también lo hará uniformemente. Describirá así una espiral con una curva de crecimiento uniforme. Es decir, el radio de la espiral aumentará de forma aritmética, en vueltas sucesivas e iguales. Para visualizarla, podemos imaginar una cuerda marinera enrollada sobre sí misma.

La espiral logarítmica

Al contrario que en la espiral de Arquímedes, su crecimiento aumenta constantemente a cada vuelta. Es decir, el punto que se mueve alrededor del radio vector no lo hace uniformemente sino que su velocidad aumenta conforme aumenta la distancia con respecto al polo. Cada vuelta que corta el radio vector será más ancha que su predecesora. Es la espiral de la mayoría de conchas.

Vamos a ir viendo, a través de ejemplos, diferentes tipos de espirales y de hélices en realidades distintas. Como en el resto de capítulos, seguiremos el esquema propuesto en la introducción para intentar comprender cómo surge la espiral en la naturaleza y qué funciones realiza. Iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar los tres grandes ámbitos de interrelación propuestos: el mundo físico como pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural, y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar «selección cultural». La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes: físicos, biológicos y culturales.

3. Espirales y hélice

3.2. Espirales y hélices en el mundo como pura interacción de fuerzas

La espiral en el mundo físico o de la materia inerte como pura interacción de fuerzas tiene emergencias según rangos de tamaños y por mecanismos muy dispares. Las galaxias son las más grandes. Se sabe que dos tercios de los cientos de miles de galaxias conocidas son espirales, aunque su forma es un complejo problema teórico en el que cada estrella es una partícula en ese inmenso fluido.



1. F Grand Spiral Galaxy NGC 1232. Imagen disponible en: <https://apod.nasa.gov/apod/ap171226.html>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

2. Ojo del huracán Florence. Imagen disponible en https://www.nationalgeographic.com.es/naturaleza/actualidad/porque-se-estan-formando-tantos-huracanes-tropico-este-septiembre_13158. [Fecha de consulta: 10.03.20].

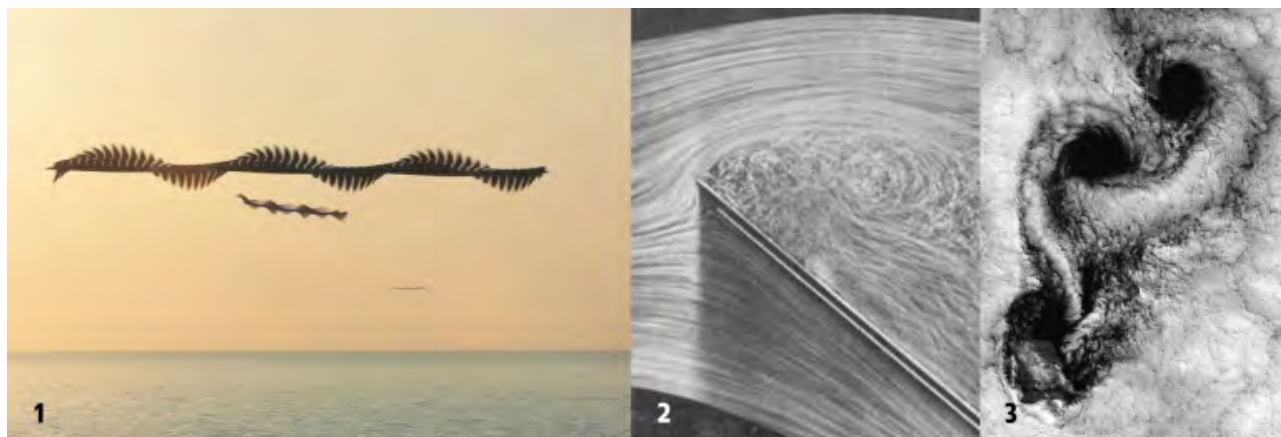
3. Espiral generada por la turbulencia del ala de un avión, coloreada con humo, en un espectáculo de aviación. Imagen disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/V%C3%B3rtice>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

Pasando al otro extremo, al mundo de lo minúsculo, podemos volver a la reacción de Belousov-Zhabotinsky. Ya hemos mencionado, en el apartado «Simetría circular y esférica», este fenómeno químico tan curioso de naturaleza oscilante. Se trata de una reacción química poco común que, dadas unas condiciones iniciales, oscila o cambia de estructura y de color rítmicamente, en un proceso en el que se generan círculos concéntricos y bellas espirales de Arquímedes.

Por lo que respecta a las hélices no vivas, encontramos muchos ejemplos en el entorno de los fluidos, en el aire y en el agua. Son hélices los huracanes y los tornados, los remolinos de agua y muchas turbulencias generadas por la inmersión de un sólido en un entorno fluido más o menos viscoso: la interacción de líquidos, la cola de un pez, las alas de un avión..., bajo ciertas condiciones críticas, generan turbulencias espirales. La hélice se genera en el interior mismo de otro fluido.

Aparece por la inmersión de un cuerpo (o bien, de un líquido, o de un gas) en otro y desaparece por la propia fricción que se genera entre ellos. En lo puramente físico, tanto la espiral como la hélice están muy relacionadas con el concepto de fricción. Mientras la espiral fricciona consigo misma (una concha de caracol, una galaxia...), podríamos decir que la hélice se «especializa» en friccionar un material con otro (un fluido dentro de otro, un cordel dentro de un cordel, formando una cuerda...).

Podemos entenderlo muy bien con la tercera imagen que encontramos más abajo: el torno como polea simple, muy utilizado en pozos para subir agua. La cuerda se enrolla helicoidalmente sobre el cilindro, donde la fuerza de fricción crece exponencialmente con el número de vueltas o espiras de la hélice. La hélice agarra.



1. Bou, Xavi. "Ornitografía 34". Los pájaros crean un movimiento helicoidal con las alas. Imagen disponible en: <http://www.xavibou.com/index.php/project/ornitographies>. [Fecha de consulta: 10.03.20].
- 2 Formas que genera el flujo a través de un conducto y al impactar contra una superficie que ofrece resistencia. Hyperlink. Imagen disponible en: <https://slideplayer.es/slide/3613630/>. [Fecha de consulta: 10.03.20].
- 3 Calles de vórtices de von Karman en nubes. Imagen disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Calle_de_v%C3%B3rtices_de_von_K%C3%A1rm%C3%A1n#/media/Archivo:Vortex-street-1.jpg. [Fecha de consulta: 10.03.20].

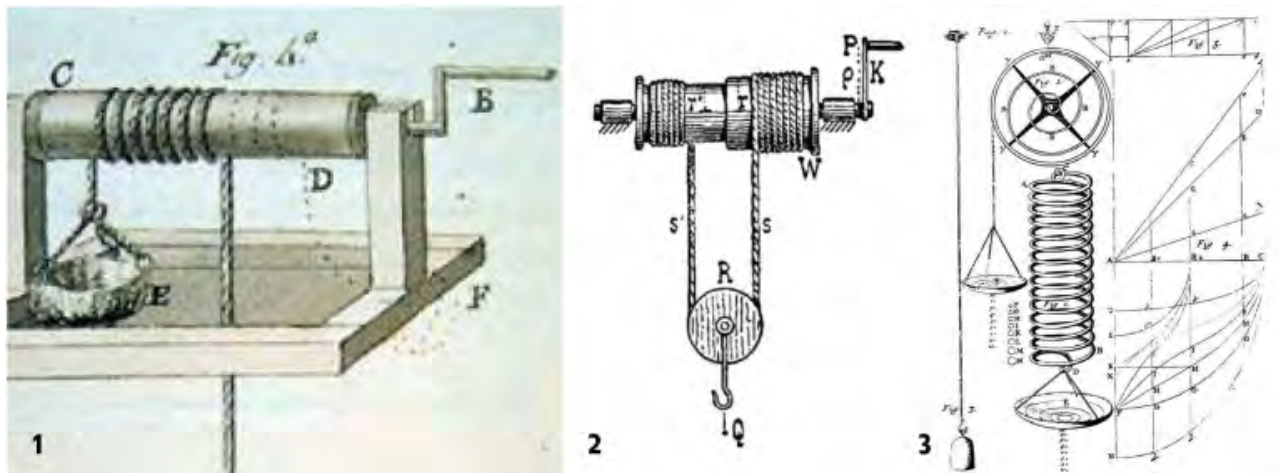
Ved también:

Nos remitimos aquí al apartado «Técnicas: Construcción», que forma parte del toolkit de la UOC.

Las construcciones más primitivas utilizan la hélice primero para fabricar las cuerdas, que son hélices de hélices, material fibroso trenzado («helicoidado», podríamos decir) sobre sí mismo. Posteriormente, las cuerdas son utilizadas para realizar uniones entre distintos elementos, utilizando también la fuerza de la hélice para unirlos.

Muchas técnicas de cestería tradicional y de patrones de nudos como los utilizados en el ganchillo o los bolillos utilizan la espiral para desarrollar modelos y hacerlos crecer gradualmente.

Así pues, en el mundo físico, la espiral-hélice aparece muy relacionada con la mecánica de fluidos, y en interacciones químicas raras pero con muy poca permanencia y estabilidad (excepto en el caso de las galaxias). Sobre todo, como veremos, la encontraremos en el mundo vivo, donde la selección natural la ha favorecido para funciones muy específicas.



1. Polea de torno. Imagen disponible en: https://www.proyectoarrayanes.org/extraccion_desague.php. [Fecha de consulta: 10.03.20].
2. Torno diferencial. Imagen disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Torno_\(f%C3%ADsica\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Torno_(f%C3%ADsica)). [Fecha de consulta: 10.03.20].
3. Ilustración de Robert Hooke, contemporáneo de Newton, quien formuló la ley de elasticidad de los materiales en 1676. El resorte utiliza la forma helicoidal para estirarse sin deformarse. Imagen disponible en: <https://www.alamy.es/imagenes/ley-de-elasticidad.html>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

3. Espirales y hélice

3.3. Espirales y hélices en el mundo vivo



1. Cala Lily floreciendo. Empaqueta sus flores en espiral. Imagen disponible en: <https://southcoastbotanicgarden.org/portfolio-items/green-goddess-calla-lily>. [Fecha de consulta: 10.03.20].
2. Helecho joven. Imagen disponible en: <https://www.google.com/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=2ahUKEwjWyt7ahInnAhVHzRoKHQOwAt0Qjhx6BAGBEAI&url=https%3A%2F%2Fes.freeimages.com%2Fphoto%2Fyoung-fern-leaf-1529304&psig=AOvVaw3CZDgtdNSVPvqozAleRjCI&ust=1579295571934370>. [Fecha de consulta: 10.03.20].
3. *Aloe polyphylla*. Imagen disponible en: <https://www.ebay.es/itm/20-Seeds-Spiral-Aloe-Aloe-polyphylla-/131375400699>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

La espiral tiene una función muy clara de ahorro de espacio. Se trata de una solución que en el mundo vivo tiene muchos ejemplos bien distantes entre sí. Como señala Wagensberg, la espiral «empaqueta». Lo hace como solución entre dos direcciones: la de crecer y la de mantener la movilidad al mismo tiempo.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Una mariposa empaqueta su trompa para poder volar y al mismo tiempo llegar a libar mayor número de flores. Muchos animales trepadores empaquetan su cola, también lo hace una serpiente cuando quiere recogerse. Sin la espiral, sus movimientos serían impracticables: la mariposa no podría volar con una trompa hasta veinte veces la longitud de su cuerpo, la serpiente tendría el cuerpo expuesto a los depredadores, tantas colas y trompas se convertirían en apéndices inútiles para trepar por los árboles, o bien habría que llevarlos a rastras.

Otra propiedad interesante de la espiral, directamente relacionada con el empaquetamiento, con el hecho de crecer ahorrando espacio, es la de tener un crecimiento constante, crecer con una forma semejante, como un fractal. Esta propiedad se entiende bien, por ejemplo, comparándola con el formato de folio DIN. La relación del formato permite subdividir o ampliar conservando las proporciones, justamente para ahorrar material. Así sucede con la espiral, y el caso paradigmático es el de las conchas de los moluscos.

La espiral se presenta en los caparazones y conchas de miles de especies diferentes. La superficie de cualquier concha se genera por la curva cerrada alrededor de un eje fijo, y permanece siempre geoméricamente semejante a sí misma. Las conchas no crecen proporcionalmente como lo harían los tejidos musculares móviles, sujetos a fuerzas activas de crecimiento multidireccional. Las conchas crecen por capas sucesivas en las que es posible ver a simple vista las precedentes, conformando un patrón de líneas de crecimiento. A medida que el organismo crece, necesita más espacio, pero como su caparazón es duro, no puede expandirse. Por ello, simplemente añade extensión de material, creciendo a lo largo y abandonando la parte estrecha de la concha.

De la misma manera, por capas sucesivas y curva en espiral, crecen los cuernos, la inmensa mayoría de picos, los colmillos o las garras. En todos estos tejidos o materiales duros, se pueden reconocer espirales logarítmicas continuas. En el caso de los cuernos, podemos ver a simple vista, como en los moluscos, las capas sucesivas de crecimiento. Pero incluso en las uñas o los dientes encontramos implícita la espiral equiangular o logarítmica. Cuando existe un crecimiento en el que cada parte de la estructura se añade de forma permanente a la anterior, tiende a manifestarse la espiral.



1. Pico de tucán. Imagen disponible en: <https://www.muyinteresante.es/naturaleza/articulo/recrean-el-desarrollo-del-pico-de-las-aves-481431449615>. [Fecha de consulta: 10.03.20].
2. Cuerno de vaca. Imagen disponible en: https://www.freepik.es/fotos-premium/cuerno-vaca-naturaleza_3962142.htm. [Fecha de consulta: 10.03.20].
3. Pinza de langosta. Imagen disponible en: <https://d1png.com/png/251418>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

Como ya hemos apuntado, casi todas las colas y trompas se guardan en espiral, cuando no se usan. Pero cuando se usan... ¡se usan en hélice! Principalmente, para asir y agarrar. La espiral se helicoidiza para enroscarse. Así la utilizan los trepadores en los árboles, el caballito de mar para que no se lo lleve la corriente, o el elefante para tirar troncos con su trompa.

También en el mundo vegetal encontramos numerosas espirales en diversas condiciones y ambientes. Son muchos los casos en los que el ahorro de espacio importa. Así, se despliegan en espiral plantas y frutos tales como los helechos, las alcachofas, las piñas y muchos cactus. La espiral dispone la planta y las flores a sus condiciones óptimas de captación de luz: el nacimiento de las hojas desde el tallo en muchas plantas genera un patrón espiral, los girasoles y muchísimas flores siguen patrones espirales, sea por empaquetamiento o por captación de luz con eficiencia máxima.

Si hablamos de coger, cogerse o mantenerse, la hélice es la opción más difundida. La selección natural favorece formas de semillas que, al caer, lo hacen en hélice. Numerosas entonces utilizan un movimiento helicoidal para sostenerse en el aire y viajar el más lejos posible. Es decir, giran sobre sí mismas para describir una trayectoria en hélice en su caída y así hacerla durar algo más, conquistando el espacio circundante.

Las plantas utilizan la hélice también para cogerse físicamente y trepar en busca de luz. Una selva tropical está sostenida por hélices, en una competencia sin par por la captación de luz.

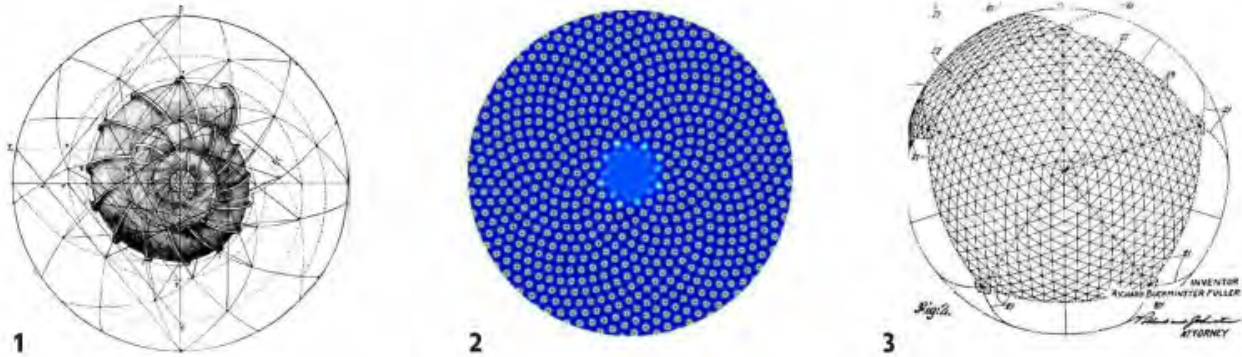


- 1) Hélice de calabaza buscando sostén. Imagen disponible en: <https://metode.es/wp-content/uploads/2011/06/67-60.jpg>. [Data de consulta: 11.03.2020].
- 2) Liana. Imagen disponible en: https://travel.mongabay.com/belize/images/belize_8200.html. [Fecha de consulta: 11.03.2020].
- 3) Muchas semillas adoptan una forma tal que al caer se hace en hélice. Así se «cogen» al aire por más tiempo. Imagen disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=fk3yhmortbi>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

3. Espirales y hélice

3.4. Espirales y hélices en el mundo culto

La espiral es un símbolo complejo en la realidad culta, el cual forma parte de muchas culturas desde la prehistoria. Desde la danza a los movimientos cósmicos, «la espiral evoca la evolución de una fuerza, de un estado» (*).



1) Colman, S. (1912). *Nature's Harmonic Unity* (pàg. 132). Nueva York. Imagen disponible en:

http://iapsop.com/ssoc/1912_colman_coan_natures_harmonic_unity.pdf. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

2) Patrón generado por el modelo matemático de crecimiento de la cabeza de un girasol desarrollado por Pennybacker y Newell. Imagen disponible en: <https://www.investigacionyciencia.es/noticias/la-aritmica-del-girasol-11182>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

3) Diseño de Fuller, B. Imagen disponible en: <https://www.our-ghsts.com/inspiration>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

Su movimiento, de expansión o de concentración en función de su giro, carga la espiral de significaciones simbólicas. En su movimiento expansivo manifiesta un desarrollo cíclico pero en movimiento, una rotación en progreso, una continuidad (de lo existente, de lo deseado...), una repetición de los ritmos de la vida. Por eso es también un símbolo de fecundidad, un centro en expansión que representa abstractamente la continuidad.

En su movimiento concéntrico se asocia con el laberinto, y suele simbolizar una renovación, el viaje al centro, una búsqueda. Pero también se asocia a las fuerzas destructoras del torbellino y del huracán. Se convierte así en una síntesis de destrucción y renovación.



1) Cuerda enrollada. Hélice de hélices enrollada como espiral de Arquímedes. Imagen disponible en:

<https://sp.depositphotos.com/53124799/stock-photo-rolled-rope.html>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

2) Uno de los primeros discos de vinilo, de los años 40. La espiral empaqueta y almacena. Imagen disponible en: <https://www.yorokobu.es/discos-perforados>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

3) Réplica en 3D de una de las esferas halladas en Escocia, datada entre 3.200 y 2.500 a. C., decorada con motivos de espiral. Imagen disponible en: <https://arthistoryproject.com/timeline/prehistory/neolithic/towie-ball>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

Las cualidades de la espiral se aplican arquitectónicamente a la escalera de caracol. La espiral ahorra espacio, empaqueta, permitiendo salvar grandes desniveles en muy poco espacio. Como hemos visto al principio, las características físicas de la espiral se han utilizado como transmisoras de fuerzas, sea para sostener pesos, trasladar agua, enroscar, etc. Hemos visto cómo el reino vegetal utiliza la hélice para sostenerse, pero nuestro mundo industrial y tecnológico ¡también está absolutamente sustentado por hélices! Puentes, edificios, muebles, electrodomésticos, electrónica, motores... ¡La asociación de industria y tecnología sería impensable sin la fuerza de agarre de la hélice!

3. Espirales y hélice

3.5. Construcción y posibles materializaciones de la espiral



- 1) Fotograma del vídeo *Espiral d'arquímedes + Espiral logarítmica. La memòria del cel*, Victor Masferrer. Imagen disponible en: <https://vimeo.com/385641895>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].
- 2) *Care spiral* (2016), Studio Olafur Eliasson, tubo de acero. Imagen disponible en: <https://olafureliasson.net/archive/artwork/wek110115/power-and-care-spirals>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].
- 3) Robert Smithson, *Spiral Jetty* (1970), instalación/construcción en el Gran Lago Salado de Utah. Imagen disponible en: <https://matemolivares.blogia.com/2016/112002-spiral-jetty-una-fantastica-escultura-en-el-gran-lago-salado-de-utah.php>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].
- 4) Mery Beth Edelson (1975), *Goddess head. Double spiral*, fotografía. Imagen disponible en: <http://lebastart.com/2018/11/el-territorio-y-sus-estratos-recorrer-el-cuerpo-campo-traves/mary-beth-edelson-goddess-head/>. [Fecha de consulta: 11.03.2020].

La espiral, como se muestra en el vídeo enlazado más arriba, se puede generar con un desplazamiento rectilíneo sobre una plataforma giratoria. Según la velocidad de ese movimiento rectilíneo, sea constante o no, generaremos diferentes tipos de espirales. Espirales de Arquímedes y/o espirales logarítmicas.

La espiral, con toda su carga simbólica y su fuerza visual, ha sido y es un motivo recurrente en muchos campos artísticos, desde la escultura a la instalación, con su uso simbólico. Su sencillez y a la vez su riqueza la conectan directamente con el acto artístico, concentrando (¿y empaquetando?) complejidad.

3. Espirales y hélice

3.6. Para ir leyendo

«En el crecimiento de una concha, no podemos concebir una ley más simple que esta, a saber, que se ensanchará y alargará con las mismas proporciones invariables; y esta, la más simple de las leyes, es aquella que la Naturaleza tiende a seguir. La concha, al igual que la criatura que alberga, crece en tamaño *pero no cambia de forma*; y la existencia de esta relatividad constante de crecimiento, o semejanza constante de forma, es la esencia, y puede ser la base de una definición, de la espiral equiangular».

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma* (pág. 177). Madrid: Akal.

«La espiral es una forma muy probable en la realidad culta. Un vistazo rápido a cualquier ferretería o cualquier hogar moderno mínimamente equipado nos convence de que la espiral continua empaquetando por selección cultural. En efecto, en nuestra vida diaria nos hemos acostumbrado a usar objetos irremediamente largos. Pensemos por ejemplo en el papel higiénico, el papel de cocina o el de embalar, en la cinta adhesiva, las clásicas casetes de audio o vídeo, las antiguas películas, en los antiguos discos de microsurcos, en los modernos discos compactos, en ingenios festivos como serpentinas y matasuegras... La eficacia de la espiral se demuestra con un ejercicio mental: desháganse mentalmente todas las espirales que tenemos en casa, está bien claro que no quedará en ella espacio para vivir. Espirales y más espirales».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pág. 203). Barcelona: Tusquets.

«The same double-spiral form can be seen in other plants: in the leaflets of a pine cone (most easily seen by looking down at the base), the leaves twisting along the branches of a monkey-puzzle tree, the segments on the skin of pineapple, and the florets of a Romanesco cauliflower head. All the arrangements are examples of so-called phyllotaxis, which literally means "leaf motion".

If you count the numbers of spirals in each set, you find that they only take certain values. For pine cones, these special pairings are generally $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, or $\frac{8}{13}$. For smaller sunflowers there might be 21 spirals in one direction, 34 in the other. For very large heads, there might be as many as 144 and 233. But only these pairs of numbers -never, say, 22 and 35. Why are some of these numbers favored over others?

Each of these pairs corresponds to two adjacent numbers in a sequence in which each number is the sum of the previous two. If we start the sequence from the smallest pairing possible (0 and 1), then it runs like this: 0,1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,...

Because this sequence was first written down in 1202 by the Italian mathematician Leonardo of Pisa, known as Fibonacci, it is called the Fibonacci series. The ratio of two successive terms in the series gets ever closer to a constant value as the numbers get larger: a number called the Golden Mean, roughly 1,618».

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshall.

3. Espirales y hélice

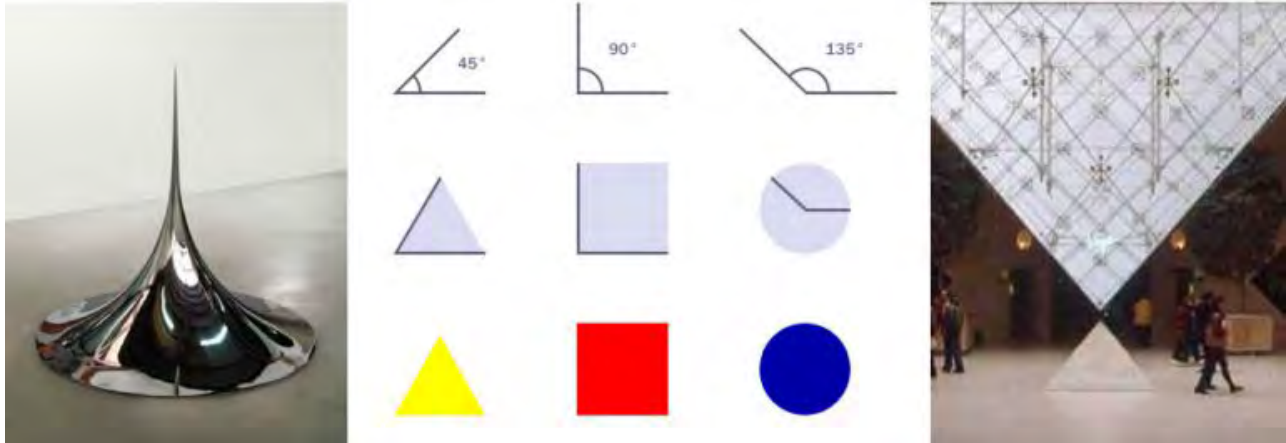
Bibliografía

- Ball, P.** (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.
- Chevalier, J.** (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.
- Cirlot, E.** (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.
- Thompson, D'A.** (2011). *Sobre el crecimiento y la forma*. Madrid: Akal.
- Wagensberg, J.** (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.
- Wilczek, F.** (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

4.1. Introducción

El ángulo puede ser definido geoméricamente como la concurrencia o convergencia de dos rectas en un punto llamado vértice. La punta de un triángulo, la punta de un cono o de una pirámide, sea de superficies o de volúmenes, es un punto donde confluyen, concurren y concentran cosas. Cualquier materia que se distribuya sobre líneas, superficies o volúmenes se concentra a medida que se acerca al vértice de un ángulo. El ángulo las concentra, las lleva a un punto máximo de unión. Remover pintura en un cubo cilíndrico con un palo es muy fácil, no hay resistencia del líquido. Hacerlo en un cubo cuadrado o rectangular lo complica mucho, las esquinas de las paredes concentran el material. Hemos visto en otros apartados («Espiral») cómo los fluidos generan turbulencias espirales cuando son canalizados a través de un conducto anguloso.



1. Kapoor, Anish, *Spire* (2004), acero inoxidable. Imagen disponible en: http://www.artnet.com/artists/anish-kapoor/spire-d_OWMzjcN-n1y2ZcjZMOg2. [Fecha de consulta: 09.03.20].
2. Forma y color en Kandinsky. Imagen disponible en: <http://www.dicecomunicacion.com/blog/forma-y-color-en-kandinsky>. [Fecha de consulta: 09.03.20].
3. Pirámide invertida del Louvre. Imagen disponible en: <https://www.actualidadviajes.com/la-piramide-invertida-del-louvre>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

Cuando canalizamos o concentramos un fluido, este aumenta de velocidad, disminuyendo su presión y enfriándose. Es lo que se llama el efecto Venturi. Gracias a este fenómeno se producen diferencias de presión que se utilizan en diversas tecnologías, desde la aerodinámica y la aeronáutica a los pulverizadores de pintura. Cuando canalizamos aire por la pistola se produce una diferencia de presión que «estira» la pintura y la mezcla con el aire saliente a través del difusor. En el interior de la pistola hay un embudo que «concentra» el aire.

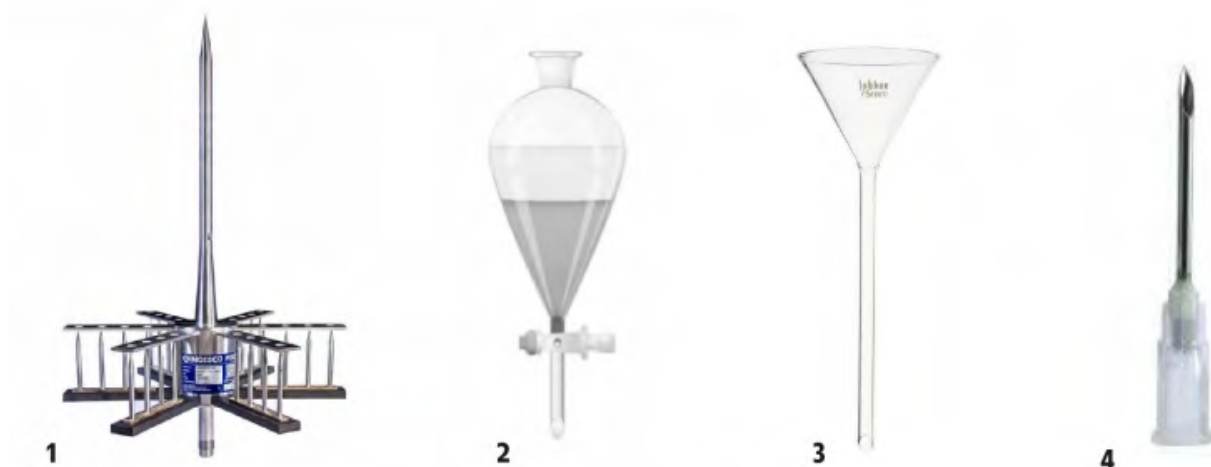
A diferencia de la teoría de Kandinsky (figura 2) podríamos decir que, físicamente, un ángulo es frío. Si sacamos vaho con la boca abierta (circular), este sale caliente. Si, por el contrario, soplamos con los labios apretados, saldrá frío. El embudo, el ángulo, concentran y enfrían el aire.

Siguiendo el esquema propuesto en la introducción, iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar los tres grandes ámbitos de interrelación: el mundo físico en pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar «selección cultural». La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes: físicos, biológicos y culturales.

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

4.2. El ángulo en el mundo como pura interacción de fuerzas

Si hablamos de cargas eléctricas, podemos pensar en un pararrayos cuya punta afilada atrae las cargas eléctricas de la atmósfera. Las cargas no se distribuyen por igual en un conductor, sino que se concentran en las puntas y en los filos. Si hablamos de líquidos, podemos pensar en el efecto embudo. El cono presiona el líquido y lo concentra. En el laboratorio químico podemos encontrar gran diversidad de embudos; la forma nos habla de la precisión.



1. Pararrayos. Imagen disponible en: <http://www.tecnoprotect.com/es/pdce/tipos-de-pararrayos>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

2. Embudo decantador. Imagen disponible en: <https://www.dedietrich.com/es/soluciones-y-productos/extraccion/extraccion-liquido/liquido>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

3. Embudo de laboratorio. Imagen disponible en: <http://www.metrodis.fr/1830.4.63.104.Entonnoir-tige-longue#>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

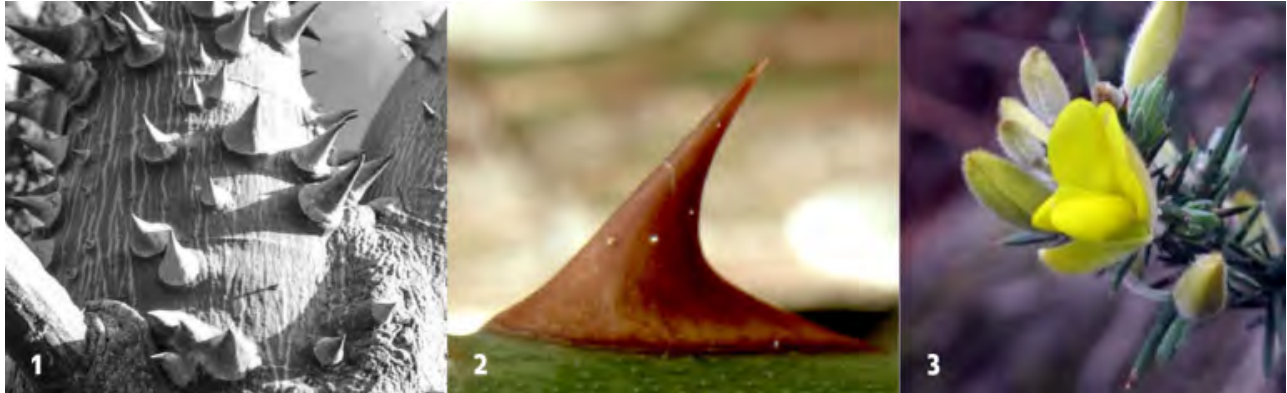
4. Jeringuilla hipodérmica. <https://www.henryschein.es/es-es/medicina/p/inyeccion-infusion/aguja-hipodermicas/aguja-hipodermica-transparente-16-g-1-6-x-25-mm-100-unidades/900-3631>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

Si hablamos de fuerza, podemos pensar en una aguja o en cualquier objeto punzante: la presión es igual a la fuerza que se ejerce por la unidad de superficie. A menor superficie, mayor presión. Un canto romo ejerce menor presión que un cuchillo afilado, cuyo filo tiene menor superficie. Un bolígrafo ejerce menor presión que una aguja, con la cual podemos atravesar la piel sin el menor esfuerzo. El ángulo concentra y penetra. Las fuerzas físicas convergen en él.

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

4.3. El ángulo en el mundo vivo

El ángulo penetra. Es una solución perfecta adoptada por numerosas especies por selección natural como defensa y ataque. Existe una grandísima profusión de puntas en el mundo vegetal, de materiales y formas muy variados, cuya función principal es la defensa pasiva frente a animales. La fuerza ejercida por un animal que quiera comerse determinado fruto o trepar determinado árbol topará con la incidencia hiriente y disuasoria de esas puntas.



1. *Chorisa Speciosa*. Cubre su tronco de espinas muy duras. Difícil trepar por él incluso con buenos guantes. Imagen disponible en: <https://deskgram.co/explore/tags/ChorisiaSpeciosa>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

2. Espina de rosa. La más clásica de las espinas. Imagen disponible en: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8c/Rose-thorns.JPG>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

3. *Ulex Europaeus*. El espinillo es un arbusto que, como su nombre indica, está completamente lleno de espinas. Sin embargo, tiene asociados más de 20 insectos que polinizan sus flores. Las espinas lo protegen de ser comido, y sus coloridas flores atraen a muchos insectos. Imagen disponible en: <https://www.asturnatura.com/especie/ulex-europaeus.html>. [Fecha de consulta: 09.03.20].



1. La espinas de los cactus son hojas endurecidas. Imagen disponible en:

<https://www.vix.com/es/btg/curiosidades/3938/por-que-los-cactus-tienen-espinas>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

2. Semilla de abrojo. Su fruto se endurece mucho, y la disposición de sus pinchos es perfecta para pinchar ruedas de bicicleta o clavarse en las patas de los animales. Imagen disponible en: <https://www.instructables.com/id/Slime-Your-Presta-Valve-Bicycle-Tubes>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

3. Fruto del estramonio. ¿Avisan sus pinchos de su gran toxicidad? <https://hogar.uncomo.com/articulo/11-plantas-que-tienen-espinas-49460.html>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

Los cactus minimizan al máximo la superficie de sus hojas convirtiéndolas en agujas, en este caso, con subfunciones diversas: para minimizar la pérdida de agua, como defensa frente a depredadores y, en algunas especies, gracias a la concentración de pequeñas gotas de agua de la atmósfera y de las nieblas en la punta de sus espinas, para hacerlas deslizar por el tronco hasta las raíces. De nuevo, vemos cómo el ángulo es capaz de concentrar la energía, en el caso del pararrayos, y el agua del aire atmosférico, en el caso del cactus.



1. Diente de tiburón. Imagen disponible en: <https://i.ebayimg.com/images/g/qNUAAOSwQXZZyVNK/s-l1600.jpg>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

2. Cuerno de vaca. Imagen disponible en: https://www.freepik.es/fotos-premium/cuerno-vaca-naturaleza_3962142.htm. [Fecha de consulta: 09.03.20].

3. Aguijón de abeja. Imagen disponible en: <https://www.sophisticatededge.com/wasp-sting-home-treatment.html>. [Fecha de consulta: 09.03.20].

En el reino animal, la punta encuentra una grandísima variedad de ángulos, con una amplia diversidad de funciones y subfunciones. Los aguijones sirven para penetrar; los dientes, para atacar, triturar o cortar; las garras, para atacar, defenderse, desgarrar o agarrarse al terreno. La inmensa variedad de cuernos y astas sirven como defensa y ornamentación amenazante. Los picos de los pájaros poseen funciones concretas según su forma y su ángulo de penetración: un pico como el de la gallina no está especializado, sirve para picar de todo un poco, como las gallinas; un pico como el del martín pescador es afilado para penetrar velozmente en el agua. La forma nos puede indicar la función con mucha precisión. Podríamos ordenar la especialización según la forma. A medida que el animal se especializa, necesita seleccionar lo que recoge, o aumentar su velocidad para penetrar en un fluido; entonces su fisonomía se angula, sus «puntas» se hacen cada vez más precisas. Moverse a través del agua o del aire requiere poder penetrarlos. Así, las formas se concentran, se agudizan, cuanto mayor es la velocidad requerida, al igual que lo hacen las herramientas o partes del organismo concretas que utilizan: picos, garras, dientes... se especializan y se «afinan» en función de su uso.

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

4.4. El ángulo en el mundo culto

Entramos en el mundo culto. Un momento en la historia evolutiva (momento en términos geológicos) en el que la selección natural da un salto cuántico, para empezar a establecer conexiones a unos niveles nunca antes vistos, a través de unas cuantas especies de homínidos. Cuando hablamos de un pensamiento agudo, o de alguien muy agudo, queremos decir que es capaz de percibir las cosas con detalle, o que es ingenioso, capaz de elaborar ideas con rapidez, capaz de «penetrar» las cosas para ver sus correspondencias, sus relaciones, sus diferencias. Si hablamos de algo o alguien anguloso, a la luz de todo lo que se ha dicho, podríamos decir que tiene muchas caras, que es «penetrante» y que, a la vez, retiene, concentra.



1. Bifaz lanceolado de cuarcita procedente de Atapuerca (Burgos, España), datado en unos 350.000 años. Imagen disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Paleol%C3%ADtico>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

2. Punzones de la época uluziense, Paleolítico superior. Imagen disponible en : <https://prehistorialdia.blogspot.com/2012/07/la-artesania-domestica-de-los.html>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

3. Hacha de procedencia alpina encontrada en Harras, Turingia, Michelsberg Culture (c. 4300-2800 ANE). Foto: Juraj Lipták, State Office for Heritage Management and Archaeology Saxony-Anhalt. Imagen disponible en: https://www.tendencias21.net/Las-hachas-alpinas-originaron-un-moderno-pensamiento-economico-en-el-Neolitico_a45555.html. [Fecha de consulta: 10.03.20].

Las primeras evidencias de industria lítica con uso de meros cantos rodados tallados son de hace millones de años, antes de la aparición del género *Homo*. Seguramente, un homínido o primate evolucionado, dotado ya de cierta agudeza mental desarrollada, hizo la conexión: puede que al cortarse con un canto afilado se diera cuenta de que podía utilizarlo y moldearlo para su propio interés. Ello debió darle independencia de su entorno; ahora podía desgarrar y cortar las presas con mayor celeridad, triturar huesos, defenderse...

La industria lítica duró cientos de miles de años, durante los cuales se llega, junto con la industria ósea, a un alto grado de especialización en la fabricación de filos, puntas, punzones, rascadores, flechas o hachas, alcanzándose un altísimo grado estético de simetría y perfección, a la vez que un uso muy especializado y jerarquizado. Para rasgar, raspar, clavar o cortar conviene concentrar las fuerzas en un filo o en una punta. El trabajo manual inicia así un desarrollo continuo de las capacidades de relación y de conexión, permite colonizar otros ambientes, diversificar la dieta, protegerse del frío..., en una primera etapa evolutiva en la que el ángulo cobra una especial singularidad. Como señala Wagensberg (2004, pág. 227), existen dos líneas de progreso: «Una línea consiste en la de la mejora de los materiales: el hueso, el bronce el hierro, el acero... Otra es la mejora de las técnicas de afilado».

Si nos damos una vuelta por una ferretería o por un taller de escultura, podemos ver un sinfín de subfunciones del filo y de la punta: cortar, tallar, raspar, rasgar, perforar, grabar, pulir, serrar, afilar, etc. Asimismo, en un laboratorio o en un quirófano, podríamos estudiar la función del material quirúrgico a partir de su forma. La punta afina y agudiza la precisión. Si nos fijamos en la tecnología militar, pasamos de las esferas de los antiguos cañones, y de los perdigones esféricos, a las más sofisticadas puntas.



1. Bala 444 Marlin. Imagen disponible en: <http://blog.a-cazar.com/los-10-calibres-para-la-nueva-temporada>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

2 Pintalabios. Imagen disponible en: https://www.charlottetilbury.com/es/product/k-i-s-s-i-n-g-so-marilyn?istCompanyId=aa690df4-7443-4d2d-ab65-0382617ee4bd&istFeedId=2a2d5ea7-95d0-4c17-92c8-c564c1b3bbe6&istItemId=iitpaptxa&istBid=t&gclid=CjwKCAiAsIDxBRAsEiwAV76N89YSyXoXvdFIEflGwRKPjptTkpGIwuegkUc3sw4TVkFR4HUMH60hKR0CvR0QAvD_BwE&gclid=aw.ds. [Fecha de consulta: 10.03.20].

3 Cragg, Anthony, *Minster* (1992). Instalación. Síntesis entre simetría circular y ángulo. Imagen disponible en: <https://www.flickr.com/photos/watchman/33518807241>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

Otros instrumentos cruciales en la historia de la tecnología que utilizan puntas o filos son los dedicados a la escritura. Desde un simple palo a los antiguos cinceles o buriles, desde los sofisticados bolígrafos que incorporan la esfera como punta para hacer salir la tinta, pasando por el hueso, la caña de bambú y la pluma de pájaro: las puntas y los filos condicionan el tipo de escritura.

Construcción y posibles materializaciones del ángulo

¿Quién no ha afilado un palo con una navaja, o bien raspándolo contra una piedra? Este gesto para fabricar una posible flecha parece hundirse en la noche de los tiempos. El descubrimiento de la flecha, con su potencial de penetración, podría equipararse al fuego. Sus peligros y virtudes se aprenden muy rápida y tempranamente.

Las formas hablan y connotan en múltiples direcciones, pero el ángulo lo hace en unas direcciones específicas. El ángulo penetra, incide, genera precisión y, como hemos visto, concentra y puede llegar a enfriar. Quizá por eso hablemos de frío penetrante. También hablamos de ángulos precisos, o de algo o alguien incisivo, cuando va más allá de la superficie y la penetra. Todo eso es empezar a comprender el ángulo y las fuerzas que concentra.



1. Mona Haotoum, *Pin Carpet* (1995), *stainless steel pins, canvas and glue*, 3 x 125 x 246 cm. Imagen disponible en: <https://nodisparenalartista.wordpress.com/2013/06/26/mona-hatoum/mona-hatoum-14>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

2. Gordon Matta-Clark (1974), *Splitting*, Englewood, New Jersey. Imagen disponible en: <https://publicdelivery.org/gordon-matta-clark-splitting/>. [Fecha de consulta: 10.03.20].

3 Lucio Fontana, *Concepto espacial* (1965). Imagen disponible en: http://www.artnet.fr/artistes/lucio-fontana/concetto-spaziale-attese-n_HMvhzdRtwDuHkyZpF5ow2. [Fecha de consulta: 10.03.20].

Tres usos de las fuerzas y de las potencialidades expresivas y conceptuales del ángulo y de su rastro: unas agujas en un felpudo que da la bienvenida, las incisiones de Gordon Matta Clark, o el escalpelo de Lucio Fontana. En los tres casos se utiliza el rastro de una incisión que pretende penetrar nuestras sensaciones y nuestro cerebro.

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

4.5. Para ir leyendo

«La historia de la humanidad respecto del dominio de la materia se divide de hecho en tres grandes edades, desde el lejano *Homo habilis* hasta la edad del bronce prácticamente solo se daba forma a un material encontrado como el sílex. La forma definía la función de una flecha, un rascador, un hacha, un cuchillo. La historia del progreso de la tecnología se medía por el logro de mejores filos y mejores puntas, mejores en el sentido de mayor poder de concentración de fuerzas (mayor presión por menor superficie) y mejores en el sentido de mayor resistencia. El reto tiene su gracia, pues ambos avances parecen contradecirse. Las puntas de flecha de piedra debían romperse y perderse con mucha facilidad. Una línea de progreso consiste en la mejora de los materiales: el hueso, el bronce, el hierro, el acero... Otra es la mejora de las técnicas de afilado. Llegaron luego dos edades importantes. Una fue la edad de transformar la materia. Es la edad de las aleaciones, de la alquimia y de la química, una edad que llega hasta el mismísimo siglo xx de nuestra era. Hoy estamos en la edad de inventar la materia. En efecto, desde que podemos acceder al nivel molecular y atómico de la materia, podemos diseñar materiales a la carta, es decir, primero hacemos una lista de propiedades y luego buscamos un material, que no existe espontáneamente en la naturaleza, y tratamos de sintetizarlo».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pág. 227). Barcelona: Tusquets.

«Los médicos medievales diseccionaban con cuchillos de cocina. La cirugía ordinaria utilizaba a las mil maravillas la navaja de barbero, de hierro primitivo y, por tanto, difícil de mantener afilada. A finales del siglo xv aparecieron cuchillos de hierro mejor templado, hierro que entonces se mezclaba con el mismo sílice que se usaba para el vidrio; estos cuchillos estaban muy afilados gracias a los bloques de piedra compuesta que sustituyeron a la tradicional faja de cuero.

El escalpelo moderno era un producto de esta tecnología. Su hoja era más pequeña y su astil más corto que en el cuchillo de cocina. Los escalpelos aparecieron en distintas variedades adaptados a fines particulares de disección y de cirugía, algunos con filo solo en la punta, para cortar membranas, otros en forma de gancho, pero romos en toda su superficie, para levantar vasos sanguíneos. Las sierras y las tijeras para huesos se convirtieron en herramientas prácticas a comienzos del siglo xvi, aunque estos adminículos habían existido anteriormente en hierro toscamente templado, con bordes tan romos que aplastarían seguramente tantos huesos como los que separaban».

Sennet, R. (2017). *El artesano* (págs. 242-243). Barcelona: Anagrama.

Bibliografía

4. El ángulo y la concentración de fuerzas

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Chevalier, J. (1986). *Diccionario de símbolos*. Barcelona: Herder.

Cirlot, E. (2007). *El hombre y sus símbolos*. Madrid: Siruela.

Sennet, R. (2017). *El artesano*. Barcelona: Anagrama.

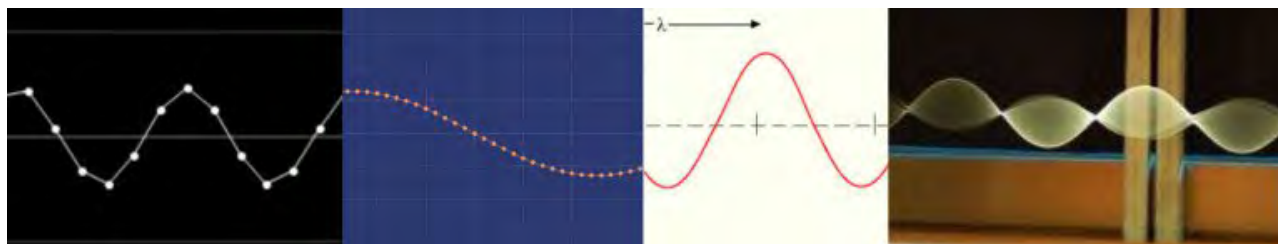
Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

5. La onda y la transmisión de energía

5.1. Introducción

Una onda es la forma de manifestarse de un fenómeno o una perturbación del espacio que se desarrolla en el tiempo y que implica un transporte de energía sin transporte de materia. Se trata de un fenómeno oscilatorio, que va y viene, que sube y baja, caracterizado por la propagación de una perturbación. No hay ninguna perturbación que no se desplace según el movimiento ondulatorio.



1. Simulador de vibración de cuerdas. Imagen disponible en: <http://www.falstad.com/loadedstring>. [Fecha de consulta: 16.03.20].
2. Diversos tipos de onda. Imagen disponible en: <http://cursodeacusticamusical.blogspot.com/2015/11/capitulo-8-ondas-estacionarias-y.html>. [Fecha de consulta: 16.03.20].
3. La onda más sencilla o sinusoidal. Imagen disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Onda>. [Fecha de consulta: 16.03.20].
4. Ondas en una cuerda. Imagen disponible en: <https://musiqueandoconmaria.com/2018/01/05/otra-forma-de-entender-los-instrumentos>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

Hablamos de perturbación de alguna de las características del espacio: puede ser la densidad, la presión o el campo electromagnético. Según el medio en que se propaga, podemos hablar de ondas mecánicas o de ondas electromagnéticas. Las ondas mecánicas necesitan de un medio elástico para su transmisión, por ejemplo, una cuerda, el agua o el sonido. Las ondas electromagnéticas no necesitan de un medio material para su propagación.

Según el medio en que se desarrolle la onda, su velocidad cambia. Por ejemplo, puede ser de centímetros por segundo, en el caso de ondas sobre agua; puede viajar a la velocidad del sonido, en el caso de las ondas sonoras, o a la velocidad de la luz, en el caso de las ondas electromagnéticas.

Distinguimos entre ondas transversales y ondas longitudinales. Son transversales cuando la dirección de la fuerza que ejerce la onda es perpendicular al movimiento de la misma. Por ejemplo, un corcho en un estanque o un barco en el mar no serán transportados por la ola o por la onda generada por una piedra: su movimiento será de arriba abajo. En cambio, el sonido se mueve en ondas longitudinales: la energía que genera la onda se mueve en la misma dirección.

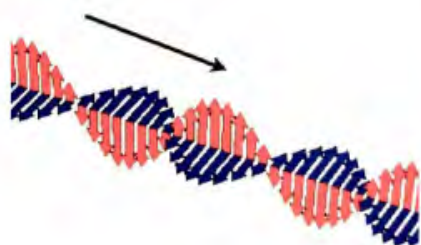
El estudio matemático y físico del fenómeno ondulatorio tuvo y tiene implicaciones muy importantes para el desarrollo científico y tecnológico. Las ondas se estudian según su longitud (la distancia recorrida por la onda), frecuencia (el número de oscilaciones en un tiempo determinado), velocidad de propagación, amplitud, etc. Aquí nos interesarán estos conceptos solo para asomarnos y asombrarnos de la complejidad ondulatoria desde una perspectiva lo más visual posible, para llegar a establecer conexiones con el mundo del arte y de la creación.

Siguiendo el esquema propuesto en la introducción, iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar tres grandes ámbitos de interrelación: el mundo físico como pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar «selección cultural». La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes: físicos, biológicos y culturales.

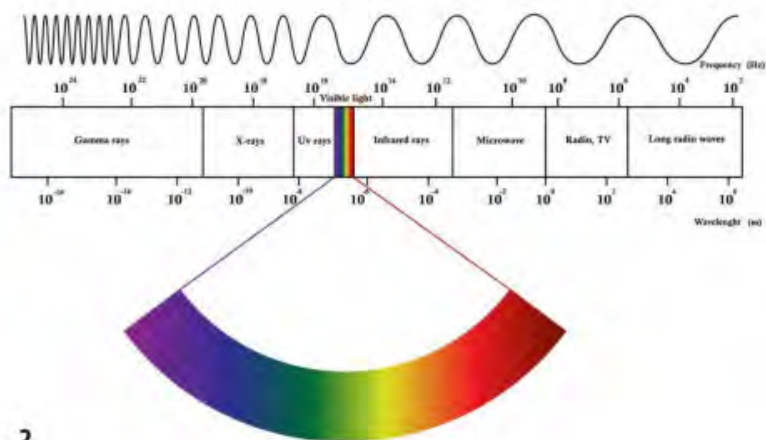
5. La onda y la transmisión de energía

5.2. La onda en el mundo como pura interacción de fuerzas

El mundo inerte está por todas partes lleno de ondas que se mueven en todas direcciones. La luz, el sonido, los movimientos sísmicos, el agua movida por el viento... Como hemos visto, se habla de diferentes tipos de onda según su dirección (transversales o longitudinales), y también según sus dimensiones. Hablamos de ondas unidimensionales (por ejemplo, las que se pueden dar en una cuerda de guitarra), bidimensionales (cuando se dan en una superficie como, por ejemplo, en un estanque) y tridimensionales (como el sonido, o los movimientos sísmicos, que crean esferas de perturbación a partir de una fuente o punto inicial).



1



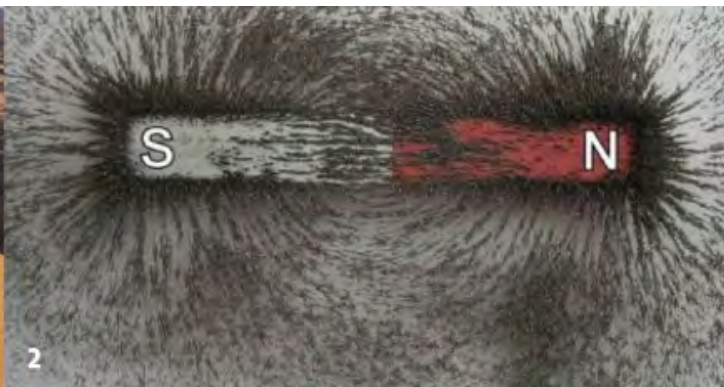
2

1. Una instantánea de la realidad electromagnética de la luz. Los campos eléctricos se muestran como flechas rojas, los campos azules como flechas azules. En Wilczek, F., *El mundo como obra de arte*, Planeta, Barcelona, 2016 (Lámina W).

2. El espectro electromagnético incluye muchos tipos de ondas. Imagen disponible en: <https://www.livescience.com/38169-electromagnetism.html>. [Fecha de consulta: 16.03.20].



1



2

1. Ondas generadas por el viento en el desierto. Imagen disponible en: <https://mivlaje.com/khongoryn-els-en-el-desierto-de-gobi>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

2. Ondas generadas por el magnetismo. Imagen disponible en: <https://blogthinkbig.com/experimentos-magnetismo>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

“ «En el principio creó Dios los cielos y la tierra. Y la tierra estaba desordenada y vacía, y las tinieblas estaban sobre la faz del abismo, y el Espíritu de Dios se movía sobre la faz de las aguas. Y dijo Dios: Sea la luz: y fue la luz. Y vio Dios que la luz era buena: y apartó Dios la luz de las tinieblas».

Gen 1,1; 1,4.

Todo lo que nos envuelve son ondas. Luz y sonido son muy previos a cualquier receptor capaz de percibirlos o interpretarlos. Alguien, seguramente un conjunto de muchos escribas y traductores, imaginó y fue puliendo este escenario primigenio finalmente plasmado en lo que hoy son los primeros versículos del Génesis bíblico. «Dios vio que la luz era buena»: por otros motivos, intentaremos llegar a

la misma conclusión. A partir de lo que sabemos sobre las ondas, hoy podemos profundizar nuestra comprensión sobre la luz y el sonido de un modo que expande nuestra experiencia, y que se traduce en tecnologías como la radio o internet.

Sin entrar en detalles, tanto la visión como la audición se ocupan de una información que viaja hasta nosotros en forma de ondas. La vista se ocupa de las vibraciones electromagnéticas, y el oído de las vibraciones del aire. Nuestra percepción se basa en la onda.

Sin embargo, la totalidad del espectro electromagnético y del espectro audible es muchísimo más amplia. Hablamos de infra y ultrasonidos en referencia al espectro audible, así como de ondas de radio, microondas, luz visible, luz ultravioleta o rayos gamma, si hablamos del espectro electromagnético, del que la luz visible (por nuestros ojos) es solo una mínima parte del espectro.

5. La onda y la transmisión de energía

5.3. La onda en el mundo vivo

En el mundo vivo las ondas mueven. Se reptan y se nada según ondas transversales. Todos los peces lo hacen así. La fuerza ejercida es transversal o perpendicular con respecto a la onda, la onda se desplaza en un sentido y el movimiento oscilatorio empuja al animal. Lo mismo sucede en tierra con el movimiento de los reptiles (no solo las serpientes, también las lagartijas o los cocodrilos), que ondean los músculos de su cuerpo para desplazarse. En cambio, los gusanos se desplazan según una onda longitudinal, en el mismo sentido de su movimiento. En este caso, el gusano se comporta como una cuerda, como si se tratase de un desplazamiento unidimensional.



1. Ondas generadas por una manta raya para generar un movimiento. Imagen disponible en: <https://litoraldegranada.ugr.es/el-litoral/el-litoral-sumergido/fauna/cordados-2/vertebrados/peces/el-movimiento-en-los-peces>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

2. Ondas generadas por el desplazamiento de una serpiente en la arena. Imagen disponible en: <https://fineartamerica.com/featured/snake-track-on-a-sand-dune-science-photo-library.html>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

3. Ondas longitudinales de desplazamiento de un gusano. Imagen disponible en: <http://afarq01gloriaba.blogspot.com/2011/02/estudio-del-gusano.html>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

Hemos hablado ya de percepción, de cómo nuestro oído y nuestra vista es sensible a las ondas. Las ondas transportan energía que es procesada como información. Pues bien, no somos los únicos. En el reino animal y vegetal se han desarrollado multitud de formas de percepción. Percibir es una manera de ganar independencia del entorno. Cuanto más control sobre esa percepción y más desarrollada esté, más posibilidades de supervivencia.

Por ejemplo, sabemos que las arañas, a pesar de que algunas tienen numerosos ojos, no tienen muy buena vista. Sin embargo, han desarrollado mucho su percepción táctil. Calibrar bien las oscilaciones vibratorias de las telas de araña las ha ayudado a identificar sus presas y a aumentar las posibilidades de éxito en comer y no ser comido.

Así, la vista, el olfato y el tacto se desarrollan en función del medio y de la especie en múltiples estrategias que sorprenden por su sofisticación y diversidad: la comunicación por ultrasonidos de las ballenas, el sónar de los murciélagos, la capacidad de las serpientes para detectar ondas infrarrojas o la especialización de las langostas, con muchos más receptores de color que nosotros, lo cual les permite ver un rango del espectro electromagnético mucho más amplio.



1. Muchos patrones de pigmentación animal tienen características de fenómenos ondulatorios. Zebra. Imagen disponible en: <https://www.ngenespanol.com/animales/nace-una-cebra-con-puntos-en-una-reserva-de-africa>. [Fecha de consulta: 16.03.20].

2. Ondulaciones en las dunas. Imagen disponible en: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Patterns_in_the_sand,_West_Kirby_beach_-_geograph.org.uk

266517.jpg. [Fecha de consulta: 16.03.20].

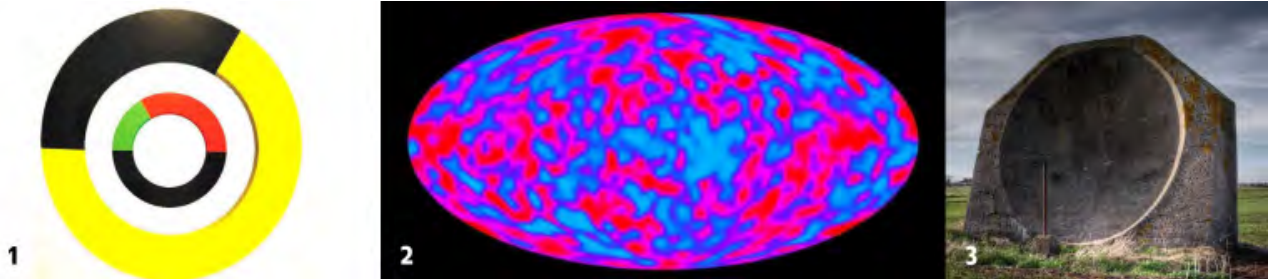
3. Nautilus. Imagen disponible en: https://www.ecured.cu/Nautilus_Pompilius. [Fecha de consulta: 16.03.20].

Los ejemplos en la naturaleza se suceden y nunca dejan de maravillarnos. Hay especies que exploran dimensiones del color que escapan absolutamente a nuestra conciencia. Pájaros sensibles al ultravioleta, y flores de vívidos patrones ultravioleta para atraer a sus polinizadores. La luz proveniente del sol en su origen no está polarizada: sus ondas vibran en todas direcciones perpendicularmente a la línea de propagación. Pero, al atravesar la atmósfera terrestre, sufren una dispersión debida a moléculas y partículas cuyo tamaño es pequeño comparado con la longitud de onda de la luz, de modo que en cada punto del cielo las ondas tienden a vibrar en una dirección determinada, se polarizan. Hay especies sensibles a la polarización de la luz, como las abejas, que utilizan un punto de luz polarizada para orientarse; o las sepias, cuya sensibilidad a la luz polarizada les permite obtener mayor información de su entorno en un medio líquido. Otras especies animales son magnetorreceptoras, capaces de notar la dirección y el sentido del magnetismo de la tierra, y de utilizarlo, por ejemplo, para orientarse. Otras, finalmente, son bioelectromagnéticas: en todos los seres vivos se dan fenómenos eléctricos, pero los hay capaces de generar una reacción eléctrica más allá de su cuerpo.

5. La onda y la transmisión de energía

5.4. La onda en el mundo culto

Desde el siglo XIX, con Faraday, Gauss y Maxwell, se empieza una revolución en cuanto a la comprensión del tiempo y del espacio que tiene gran implicación en la concepción de la física. De una concepción newtoniana estrictamente mecanicista se pasa a hablar de campos de fuerza y de ondas electromagnéticas que serán fundamento de una revolución tecnológica.



1. Disco de color de Maxwell. Haciéndolo girar genera una mezcla de rojo y verde. En Wilczek, F., *El mundo como obra de arte*, Planeta, Barcelona, 2016.
2. Radiación cósmica de fondo. Energía remanente del Big Bang que dio origen al universo. Imagen disponible en: http://astroverada.com/Main/T_cmb.html. [Fecha de consulta: 17.03.20].
3. Espejo acústico utilizado en la I Guerra Mundial. Imagen disponible en: [flickr.com/photos/urban-spaceman/6303133507](https://www.flickr.com/photos/urban-spaceman/6303133507). [Fecha de consulta: 17.03.20].

Desde los rayos gamma, con longitudes de onda menores al nanómetro, a las ondas de radio, con longitudes de onda medidas en metros, los avances tecnológicos derivados de las teorías de Maxwell han revolucionado y hecho ubicuas las ondas en nuestro entorno y en nuestro día a día. Un manantial de tecnología brota de ellas: microondas, rayos X, ultravioleta, infrarrojos...

La onda transporta energía mediante paquetes y modulaciones concretas, las cuales son medibles y susceptibles de ser procesadas como información. Un conjunto de datos organizados que cambian el estado de conocimiento del sujeto receptor del mensaje o energía. Durante millones de años, nuestra comunicación, antes de la escritura, fue principalmente oral. ¿Cómo es posible que meras perturbaciones del aire se transformen en mensajes procesados como información? La historia evolutiva es larga, pero todos sabemos que un gruñido tiene poco de amistoso. Lo aprendimos a la fuerza. También podemos decir simplemente que los que no lo aprendieron no vivieron para contarlo. El mensaje, la onda vibratoria se hace cada vez más compleja en los humanos, capaces de articular sonidos modulados gracias a la posición erguida, que modifica sus cuerdas vocales. El lenguaje tiene una base, en común con muchos animales, de mera expresión emocional, que se va haciendo compleja junto a la organización social y el desarrollo del cerebro.

Lo mismo podríamos decir del desarrollo del ojo. ¿Cómo es posible que una parte cualquiera de un organismo reaccione o se sensibilice a los rayos de luz? ¿Cómo es posible que el ojo procese e interprete ondas electromagnéticas? La luz porta información sobre la materia, la cual absorbe determinados rangos espectrales y no otros. Hoy sabemos que los colores de los objetos codifican la sustancia de la que están hechos. Así, dependiendo de la historia evolutiva de cada especie, se va generando durante millones de años una lenta especialización o sensibilización hacia determinados rangos del espectro visible. Primero, acaso se partiera de una simple diferencia entre luz y oscuridad, o de una simple diferenciación entre calor y frío; poco a poco se generó mayor grado de especialización: una cavidad, formación de receptores, lentes..., hasta llegar a altos grados de especialización.

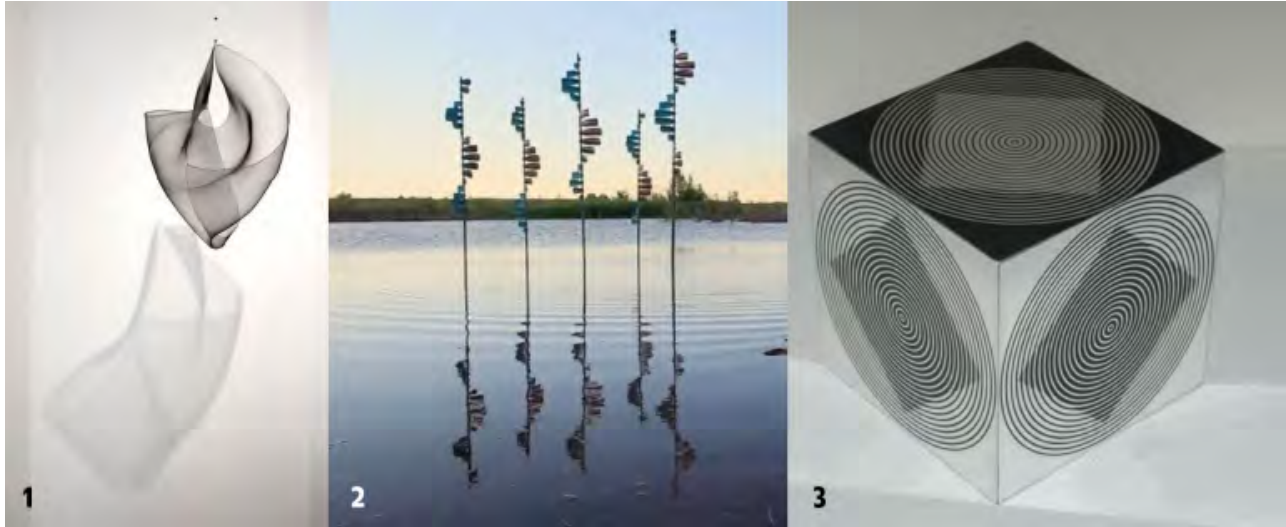
Nuestros receptores sensoriales son distintos tipos de moléculas que «extraen» información sobre el color. Reaccionan con mayor probabilidad a una parte del espectro que a otra. En concreto: al azul, verde y rojo. Nuestra información del *input* electromagnético se deja muchas cosas; sin embargo, a través de ella se realiza una síntesis que permite percibir con precisión un espacio de color tridimensional, generado solo a partir de tres clases de luz espectral, con las que generamos millones de colores. Exactamente como lo hace una pantalla de ordenador o un proyector.

La información visual es muy diferente de la información auditiva, a pesar de que ambos sentidos decodifican una información que viaja hasta nosotros por vibraciones. Cuando escuchamos varias notas juntas, es posible identificarlas. A no ser que se trate de un mero caos sonoro, los armónicos son una conjunción de notas que trabajan juntas. Si quitamos una, el armónico cambia, pero podemos seguir identificando las otras. Sin embargo, con la información que nos llega del espectro visible, esto no sucede. Si recibimos varios tonos de luz puros, los combinamos en uno nuevo sin poder identificar sus componentes. Respecto al sonido, es como si al mezclar un *do* y un *re* obtuviéramos un *mi*. Nuestros receptores de luz son mucho más pequeños, de acuerdo con la naturaleza de las ondas que reciben. Las ondas de sonido son más grandes, como lo son los receptores con que las interpretamos.

5. La onda y la transmisión de energía

5.5. Construcción y posibles materializaciones de la onda

Hemos ido viendo la onda como un movimiento que implica un transporte de energía y de información. Como elemento en movimiento ha sido y es muy utilizada en el arte cinético, desde clásicos del op art, que crearon numerosos efectos ópticos (muchos de ellos basados en ondas), a escultores como Lyman Whitaker, que utiliza la energía eólica para realizar esculturas cinéticas basadas en movimientos ondulatorios.



1. Bruno Munari, *Concave-Convex* (1960), (malla metálica). Imagen disponible en: <http://www.munart.org/>. [Fecha de consulta: 17.03.20].
2. Fotograma del vídeo *WS Lyman Whitaker Interview*. Imagen disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=boaOR7joAdw>. [Fecha de consulta: 17.03.20].
3. Victor Vasarely. *Cube* (1970), (aluminio). Imagen disponible en: <https://www.masterworksfineart.com/artists/victor-vasarely/sculpture/cube-c-1970/id/w-3432>. [Fecha de consulta: 17.03.20].

Cabría citar como capítulo aparte el estudio Olafur Eliasson, siempre interesado en plasmar aspectos de la realidad física y científica, mediante instalaciones efectistas y envolventes que conllevan un alto grado de conocimiento de los procesos técnico-científicos involucrados. Sus miembros han desarrollado múltiples piezas basadas en los fenómenos ondulatorios del electromagnetismo y de las ondas mecánicas en general.



1. Imagen de la instalación *Notion motion*, de Olafur Eliasson. Fotograma del vídeo *Olafur Eliasson – 'Notion motion'*. Imagen disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=5ZYio-yY1pg>. [Fecha de consulta: 17.03.20].
2. Olafur Eliasson, *Space resonates regardless of our presence (Wednesday)* (2017), (anillo prismático de vidrio). Imagen disponible en: https://blog.cmog.org/wp-content/uploads/2018/11/wednesday_2017.3.16.jpg. [Fecha de consulta: 17.03.20].
3. Olafur Eliasson, *Your atmospheric colour atlas* (2009), (instalación). Imagen disponible en: <https://studioekl.com/quand-les-installations-artistiques-inspirent-les-decors/olafur-eliasson-your-atmospheric-color-atlas-in-a-rainbow-2>. [Fecha de consulta: 17.03.20].

Además de movimiento, la onda también es el rastro de un movimiento. Lo hemos visto en la fotografía de los dibujos que deja una serpiente sobre la arena; es visible también en los que deja el viento sobre el desierto o el mar en el fondo arenoso. También se da en patrones vegetales y de pigmentación animal, como rastro y vestigio de una determinada formación, sujeta a unos condicionantes

físicos que son equiparables al fluido. De hecho, se habla a menudo de fluidos magnéticos y eléctricos. Las conexiones entre los fluidos físicos y «biológicos» de un determinado patrón son siempre fascinantes. Esta característica de «rastros» abre un abanico de posibilidades de formalización muy interesantes que conectan con temas más amplios como la ausencia o lo invisible. La onda mecánica es un fenómeno visible, pero no así las ondas electromagnéticas, que están asociadas a los campos eléctricos, a los campos de fuerza. Conceptos que han generado multitud de materializaciones diversas en el ámbito del arte y, en concreto, de la escultura.

Un río serpentea con un movimiento ondulatorio muy semejante al de los reptiles. Podemos imaginar que así ha sido, es decir, fluctuante, la generación de patrones en pieles y tejidos vegetales, desde la cebra a la salamandra, de la sandía a la trufa. Muchos artistas se han fijado en estos movimientos ondulatorios, plasmándolos en obras e instalaciones. Por ejemplo, es un motivo recurrente en Andy Goldsworthy, que lo aplica en multitud de materiales naturales y en intervención directa con el medio. La arcilla, la piedra, las hojas o la lana le sirven para generar este patrón en los más diversos contextos.

La onda mueve y genera movimiento. También desde la estaticidad. Lo sabía muy bien Gaudí, que utilizó en su arquitectura numerosos ejemplos de ondas, de movimientos ondulatorios, dando un dinamismo que confiere una organicidad insólita a sus construcciones. Pero lo saben bien otros arquitectos, como Renzo Piano.

5. La onda y la transmisión de energía

5.6. Para ir leyendo

«El avance de una ballena o de un delfín a través del agua puede explicarse como la reacción a una onda causada al correr de la cabeza a la cola, moviéndose la criatura a través de un agua un poco más lenta que el avance de la onda. Yendo más lejos, es igualmente cierto para un pez; pero la onda en el pez tiende a estar en un plano, ayudando a mantenerle las aletas dorsal y ventral; mientras que en el delfín puede decirse que está “polarizada circularmente”, o que se reduce a dos oscilaciones en planos normales entre sí, y está producida por la cola y su extremo golpeando a su alrededor en órbitas circulares que cambian de fase de una sección transversal a otra. Exactamente como en el caso de una hélice de barco, o como un torpedo (que está especialmente corregido y compensado), este modo de actuar implica cierto derroche de energía: procede del desarrollo de un “momento dañino” que tiende a rotar el cuerpo alrededor de su eje y torsiona el animal durante su rumbo. Una ligera curvatura levógira en la cola del delfín está encaminada a corregir un poco esta tendencia».

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma* (pág. 212). Madrid: Akal.

«El histórico año 1837, en cuyo transcurso el telégrafo permite la simultaneidad de la hasta entonces aislada experiencia humana, muy pocas veces se halla registrado en los textos escolares, que desgraciadamente, consideran más importante la narración de guerras y victorias de generales y naciones aisladas que los triunfos verdaderos, por ser colectivos, de la humanidad. Y, sin embargo, no hay en la historia moderna una fecha de mayor trascendencia psicológica que esa renovación del valor del tiempo. El mundo ha cambiado desde que resulta posible saber simultáneamente en París lo que acontece en Amberes, Moscú, Nápoles y Lisboa en el mismo minuto. Solo falta dar un último paso para incluir también a los demás continentes en aquella magnífica comunidad y para crear una conciencia colectiva de la humanidad entera».

Zweig, S. (2012). *Momentos estelares de la humanidad* (pág. 123). Barcelona: Acantilado.

«Cuando se analiza el impacto que la visión de Newton sobre la luz como una corriente de corpúsculos tuvo en la Ilustración, otros críticos de arte han aplicado este estudio al Romanticismo, estableciendo un paralelismo con las demostraciones de Young y Fresnel sobre la naturaleza ondular de la luz, o al Modernismo, con el estudio de Chevreul sobre la composición y la percepción cromática. Hoy, la física cuántica se encuentra cómoda con la comprensión flexible del fenómeno de la luz, interpretando su comportamiento a la vez como ondas y como partículas, y aplicando el principio de incertidumbre de Heisenberg, que establece que los instrumentos o los métodos experimentales utilizados para la observación son cómplices de lo que se observa. Este reconocimiento del papel activo del observador, que Duchamp reflejó en su máxima “le regard fait le tableau” (“la mirada crea el cuadro”), ha sido la base del arte expresamente interactivo, sea o no electrónico».

Lozano-Hemmer, R. (2000). «Entrevista de Geert Lovink». *Alzado Vectorial. Arquitectura Relacional* (n.º 4, pág. 48).

Bibliografía

5. La onda y la transmisión de energía

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Lozano-Hemmer, R. (2000). «Entrevista de Geert Lovink». *Alzado Vectorial. Arquitectura Relacional* (n.º 4, pág. 48).

Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma* (pág. 212). Madrid: Akal.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

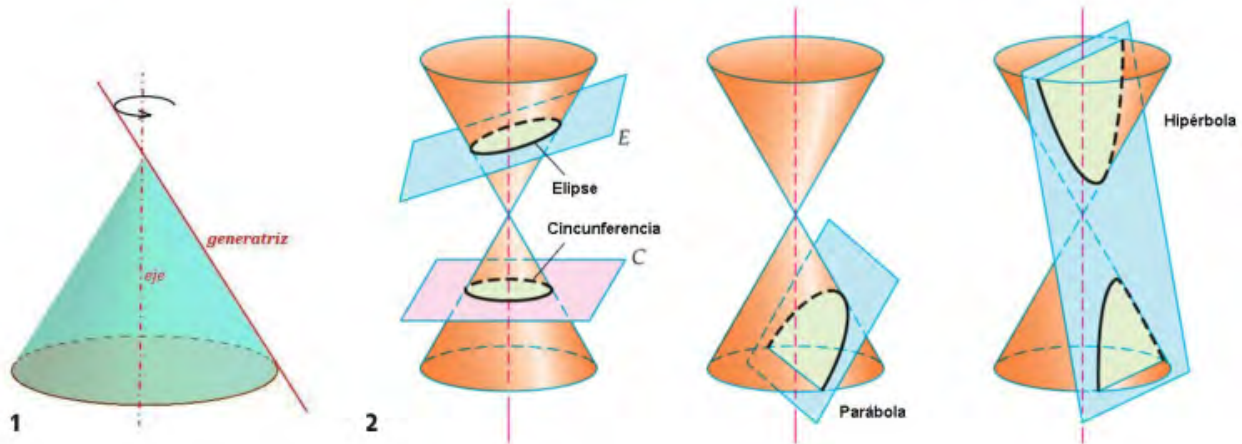
Zweig, S. (2012). *Momentos estelares de la humanidad* (pág. 126). Barcelona: Acantilado.

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.1. La parábola

Un cono es un gran generador de formas. Como figura geométrica, es un sólido de revolución generado por una recta llamada generatriz que gira «pivotando» sobre un punto fijo: el vértice del cono. También lo podemos imaginar como un triángulo rectángulo girando sobre sí mismo: uno de los catetos nos da la altura, el otro el radio de la base, mientras que la hipotenusa sería la recta generatriz.

Llamamos curvas cónicas a las que están formadas por la intersección de un plano con un cono. Cuando el plano es paralelo a la base del cono, obtenemos una circunferencia. Si el plano es oblicuo a la base del cono, el resultado es una elipse. La hipérbola la obtenemos cuando el plano corta el cono perpendicularmente a la base. Si el plano corta el cono entre la dirección perpendicular a la base y la recta generatriz, obtendremos una parábola. La parábola se enmarca en las denominadas curvas cónicas.



1. Elementos del cono. Imagen disponible en: <https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/cono>. [Fecha de consulta: 18.03.20].
2. Curvas cónicas. Imagen disponible en: <http://trigoygeouts.blogspot.com/p/conicas.html>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

Así como la elipse o la circunferencia son curvas cerradas, las parábolas e hipérbolas son curvas abiertas. Es decir, se proyectan al infinito. Sin embargo, no dejan de ser fragmentos de elipses, con uno de los focos en el infinito, eso sí. Una elipse es una curva plana y cerrada. Imaginemos el centro de una circunferencia. Y ahora imaginemos que ese centro se desdobra en dos puntos sobre un eje. Pues bien, esos puntos son los «centros» de la elipse llamados focos.

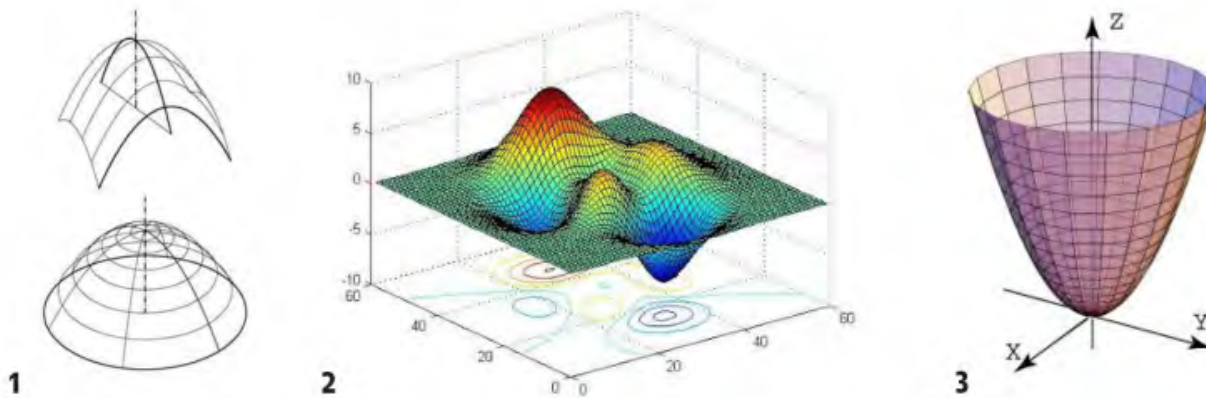
Igual que la circunferencia, la elipse conserva propiedades muy interesantes de equidistancia entre los focos y los puntos de la curva. La suma de las distancias de cualquier punto de la elipse a los dos focos nos dará su eje mayor. Se mantiene una constancia de todos los puntos de la curva respecto de sus focos.

Volviendo a la parábola... Imaginemos que lanzamos un objeto al aire en una dirección de 45 grados respecto el suelo. Ese objeto va a describir una parábola, es decir, un fragmento de elipse, ¡uno de cuyos focos es el centro de la tierra! Ese lanzamiento reproduce a microescala (con algunas variables, claro, como la resistencia del aire) el movimiento elíptico que describen las órbitas planetarias.

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.2. Paraboloides

La parábola y la hipérbola tienen su correspondencia tridimensional en los llamados paraboloides. Una parábola en revolución, girando sobre su eje de simetría, crea un paraboloides elíptico. Una superficie tridimensional que tiene la propiedad de reflejar hacia su foco, como la parábola, los rayos paralelos entrantes en todos sus puntos. Imaginemos una de las antenas parabólicas instaladas en tantos tejados: son paraboloides de revolución, que conservan las propiedades de la parábola. Cada punto de la superficie refleja en su foco, donde se instala el brazo con el receptor de la señal, las ondas paralelas que impactan sobre él.



1. Paraboloides elíptico. Imagen disponible en:

<http://www.edificacion.upm.es/geometria/JPA/Paraboloides%20eliptico%2001.html>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

2. Superficies parabólicas que nos recuerdan orografías. Imagen disponible en:

http://www.vc.ehu.es/campus/centros/farmacia/deptos-f/depme/apuntes/gracia/Curso_Actual/OCW/Matematicas_Calc_Dife_EDO.htm. [Fecha de consulta: 18.03.20].

3. Otra expresión del paraboloides elíptico. Imagen disponible en: <http://www2.udec.cl/~juanerodriguez/s4.html>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

La hipérbola genera superficies todavía más complejas:

1) Por un lado, el paraboloides hiperbólico. Si nos fijamos en una de sus secciones, veremos dos parábolas, una hacia arriba y otra hacia abajo. Si nos fijamos en la sección perpendicular a la anterior, veremos una hipérbola. El paraboloides hiperbólico genera la famosa forma de la silla de montar o un plano alabeado o combado, ejemplo muy visual de lo que es un paraboloides hiperbólico. Sin embargo, lo podemos encontrar, como veremos, en muchas estructuras de la naturaleza.

2) Por otro lado, la revolución de una hipérbola genera lo que se denomina un hiperboloides, figura que se entiende muy bien visualmente. Viene a ser el giro completo sobre sí misma y puede generar un volumen de una o de dos hojas.



1. Hiperboloides. Hipérbola en revolución. Imagen disponible en:

<http://www.edificacion.upm.es/geometria/JPA/Hiperboloides%20hiperbolico.html#>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

2 Paraboloides hiperbólico diseñado por el arquitecto Frei Otto, Music Pavillion, 1955. Imagen disponible en: <https://es-la.facebook.com/MilanoDesignFilmFestival/photos/a.204231873072581/738884096274020/?type=3&theater>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

3. Forma de paraboloides en “silla de montar”. Imagen disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Paraboloides>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.3. La catenaria

Una catenaria se define como la curva que genera una cadena o una cuerda sujeta por sus dos extremos y sometida solamente a la fuerza de la gravedad, es decir, colgando. De esta manera, la masa está uniformemente repartida por todos los puntos de la cadena. Decimos que se encuentra en equilibrio. Cada punto de la cadena soporta su propio peso más las tensiones a derecha e izquierda, repartiendo homogéneamente la carga total.

Durante mucho tiempo se pensó que las cuerdas y cadenas suspendidas eran parábolas. Sin embargo, son un tipo de curvas que, si bien pueden coincidir con las parábolas, difieren ligeramente. El hecho de que suspendidas minimicen las cargas las hace idóneas para transformarlas en arcos. La misma forma pero invertida, en forma de arco, pasa de trabajar por tracción a trabajar por compresión. Y de la misma manera, minimiza al máximo las fuerzas de compresión. Con esta forma se pueden realizar arcos más altos sin necesidad de apoyos laterales.

Siguiendo el esquema propuesto en la introducción, iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar tres grandes ámbitos de interrelación en los que podemos encontrar parábolas y catenarias: el mundo físico como pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural, y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar «selección cultural». La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes físicos, biológicos y culturales.

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.4. La parábola y la catenaria en el mundo como pura interacción de fuerzas

La parábola se forma en la interacción de fuerzas, como bien predicen las leyes de Newton. Se determina la trayectoria con solo dos datos: la velocidad y la posición. Cualquier objeto abandonado a un campo de gravitación constante describirá una parábola. En el mundo inerte se da más bien en pocas ocasiones.



1. Parábola generada en un remolino dentro de un vaso de agua. Fotografía propia.

2. Volcán en erupción. Imagen disponible en: <https://www.quo.es/ciencia/a31440/podriamos-verter-los-residuos-radiactivos-a-los-volcanes>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

3. Parábola descrita por el cometa Halley. Imagen disponible en: <http://www.astroarts.com/products/orbitviewer/image/orbitviewer.gif>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

Podemos pensar en una piedra desprendida rodando por la ladera de una montaña hasta ir a parar a un acantilado. Esa piedra describirá una trayectoria parabólica. También la encontramos en la superficie de un líquido en rotación, por ejemplo, en un remolino. Los niveles en los bordes se elevan mientras que en el centro caen ligeramente. Esa superficie se convierte en parabólica.

Una cascada o una fuente de agua inclinada lanzarán el chorro de agua en un arco parabólico. Un géiser, un pedazo de lava escupido por un volcán...

De la misma manera, es muy raro encontrar catenarias en el mundo inerte. Pues es muy raro encontrar un objeto fino y alargado que además penda de dos puntos. Como veremos, se trata de una forma principalmente ligada al mundo culto, a la selección cultural.

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.5. La parábola en el mundo vivo

Encontramos parábolas principalmente en el mundo vivo. En cada instante se producen sobre la superficie de la tierra millones de parábolas. Cualquier objeto lanzado, también nuestro propio cuerpo al correr o saltar, va a describir una parábola. Todo el esfuerzo de un atleta que lance pesos o jabalinas, que proyecte su propio cuerpo, se concentra en las condiciones iniciales de partida. La velocidad y la posición del cuerpo u objeto determinarán el movimiento parabólico.

Cada uno de los puntos de una curva parabólica tiene una relación directa con el foco. Esta propiedad es aprovechada en forma de superficie parabólica (una parábola en rotación) por muchos pabellones auriculares en el mundo vivo. La forma indica la potencialidad de las capacidades. Estas formas parabólicas orientables se han ido configurando para recibir los sonidos, para anticiparse a ellos, a la incertidumbre.



1. Geometría del huevo. Imagen disponible en: <https://exapenta.neocities.org/PARABOLA.html>. [Fecha de consulta: 22.03.20].

2. Las orejas animales como antenas parabólicas. Imagen disponible en: <https://www.istockphoto.com/es/fotos/orejas-de-burro>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

3. Algunas geometrías de las orejas encajan exactamente con la parábola. Imagen disponible en: <http://noticias.masverdedigital.com/conoce-al-zorro-fenec/>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.6. Paraboloides

Como hemos visto, los paraboloides son superficies tridimensionales que conservan las propiedades de distribución de cargas de la parábola y la catenaria. Esta característica física de la forma la hace idónea para soportar cargas y funcionar como elemento estructural. La naturaleza se basa en ella para crear formas que serían de otro modo insustentables.



1.,2. Huesos humanos parametrizados. Imagen disponible en: <https://www.turbosquid.com/es/3d-models/anatomy-legs-foot-bones-3d-model-1398432>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

3. *Cookeina speciosa*. Los hongos son grandes generadores de formas y prueba de la gran variedad de estructuras antigravitatorias de la naturaleza. Imagen disponible en: <https://www.picuki.com/tag/hyphas>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

4. *Ipomoea violácea*. Muchas flores que generan la llamada forma de «trompeta» son hiperboloides. Imagen disponible en: http://fotonat.org/details.php?image_id=48919. [Fecha de consulta: 18.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.7. La catenaria en el mundo vivo

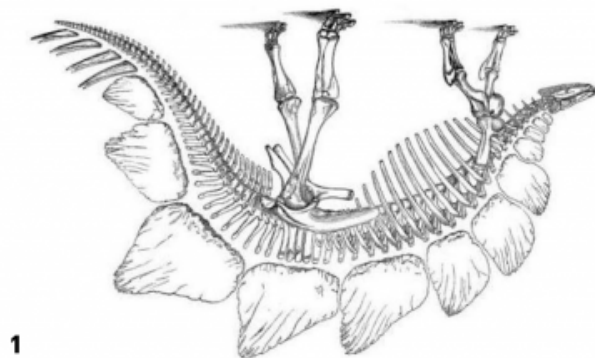
La catenaria se insinúa en la naturaleza. La podemos encontrar en todo objeto colgante que se sustente por dos puntos. El primer ejemplo y quizá el más evidente es el de una liana en plena selva. Podríamos pensar en elementos de las telas de araña, compuestas por un conjunto de catenarias. Podríamos también estudiar caparazones de diversos animales. Numerosos exoesqueletos y caparazones siguen una curva catenaria, pero también la disposición estructural de los huesos es en muchos casos una curva catenaria.



1. Tela de araña. Imagen disponible en: <http://www.rtve.es/noticias/20190304/telas-arana-pueden-utilizarse-como-musculos-artificiales-para-robots/1894665.shtm>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

2. Lianas. Imagen disponible en: <https://soloarboles.blogspot.com/2015/11/las-lianas-de-los-bosques-tropicales.html>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

3. Puente colgante realizado por hormigas vivas. Imagen disponible en: <https://cnnespanol.cnn.com/video/hormigas-puente-ataque-panal-avispa-costa-rica-marabunta-legionarias-viral-pkg-digital-original>. [Fecha de consulta: 18.03.20].



1



2

1. Esqueleto de *Stegosaurus*. Imagen disponible en: <http://clipart-library.com/dinosaur-skeleton-cliparts.html>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

2. Oso hormiguero gigante. Imagen disponible en: <http://nosoloperros.com/el-oso-hormiguero-no-es-un-oso-en-realidad>. [Fecha de consulta: 18.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.8. La parábola en el mundo culto

La parábola y las superficies parabólicas concentran todos los puntos de la curva y del plano en su foco. La parábola recibe, pero también emite: concentra lo que viene del infinito y manda al infinito lo que irradia su foco. Esta propiedad la explota la «selección cultural» en múltiples ámbitos.

Concentrar lo que viene del infinito

Concentrar sonido, luz y energía utilizando las propiedades físicas de la parábola. Las superficies parabólicas forman parte del paisaje de nuestras ciudades y han sido muy útiles en avances técnico-científicos como en los campos de la óptica y de la astronomía, con implicaciones inmensas en su desarrollo tecnológico.



1. Cocina solar. Imagen disponible en: <https://superexperimentos.wordpress.com/2008/01/05/cocina-solar>. [Fecha de consulta: 20.03.20].
2. Antena parabólica de uso doméstico. Imagen disponible en: <https://www.tdtprofesional.com/es/antena-parabolica-offset-60-cm-de-acero.html>. [Fecha de consulta: 20.03.20].
3. Espejo líquido, realizado con mercurio para grandes telescopios. Imagen disponible en: <https://science.howstuffworks.com/liquid-mirror-telescope.htm>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

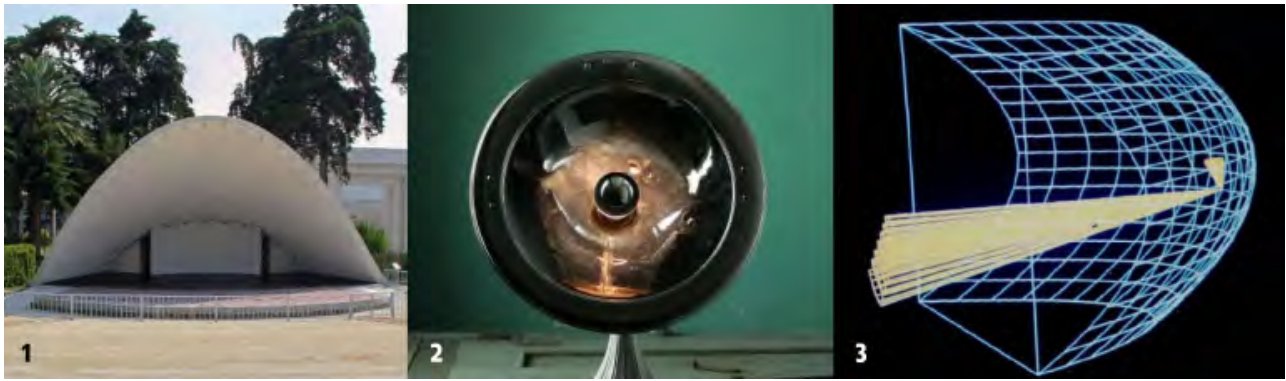
Explotando la conexión de la forma con la función, se han generado todo tipo de inventos y artefactos o diseños interesantes. En la Primera Guerra Mundial, en ausencia de radares, se optó por las parabólicas para escuchar el aire en busca de bombarderos, anticipar la incertidumbre y así poder protegerse, esconderse o reaccionar con más tiempo. Las orejas de los animales son exactamente eso, un desarrollo evolutivo milenario con características específicas en cada especie.



1. Espejo acústico. Imagen disponible en: https://medium.com/@sudo_wailow/detecci%C3%B3n-ac%C3%BAstica-tecnolog%C3%ADa-olvidada-de-la-segunda-guerra-mundial-54ee0b11506c. [Fecha de consulta: 20.03.20].
2. Tecnología para detectar aviones. Imagen disponible en: <https://hipertextual.com/files/2015/10/Primera-Guerra-mundial-detector-de-aviones-3.jpg>. [Fecha de consulta: 20.03.20].
3. Tecnología para detectar aviones. Imagen disponible en: <https://brokenbelievers.com/2013/03/13/ears-that-hear/listening-ear>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

Emitir hacia un hipotético infinito

Como hemos visto, la parábola recibe y emite. De la misma manera que se han inventado muchos artefactos y tecnología para explotar las propiedades de concentración de la parábola, se han explotado también sus propiedades como elemento emisor. La parábola forma parte de la historia de la tecnología, que ha investigado sus usos para emitir sonido, luz, calor y energía.



1. Concha acústica o parábola acústica. Imagen disponible en: <https://copex.com.gt/concha-acustica>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

2. Estufa parabólica. Imagen disponible en: <https://www.todocoleccion.net/vintage-iluminacion/lampara-calor-industrial-parabolica-vintage-antigua-estufa-aluminio-francia-60s~x43476512>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

3. Parametrización de los focos de un coche. Imagen disponible en: <https://netixcloud.wordpress.com/2017/12/28/tipos-de-faro-de-automovil-segun-su-enfoque>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.9. Paraboloides

Los paraboloides también han sido investigados en múltiples ámbitos: desde la silla de montar, realizada con un material dúctil como el cuero, que permite gran adaptabilidad al caballo, a la arquitectura en muy diversas formas y tamaños. Gaudí, Félix Candela o Frei Otto fueron arquitectos que exploraron con profundidad las posibilidades de los paraboloides.



1. Las patatas “Pringles” son perfectos paraboloides hiperbólicos. Imagen disponible en: <https://www.freepng.es/png-ar2gi0>. [Fecha de consulta 20.03.20].

2. Paraboloides en la arquitectura. Imagen disponible en: <https://metode.es/revistas-metode/monograficos/arquitectura-y-matematicas.html>. [Fecha de consulta 20.03.20].

3. Depósito de agua como hiperboloide. Imagen disponible en: https://www.researchgate.net/profile/Raul_Falcon2/publication/257986056/figure/fig5/AS:392783090208772@1470658194444/Figura-10-Tanque-de-agua-hiperboloide-eliptico-toro-Ciechanow-Polonia.png. [Fecha de consulta 20.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.10. La catenaria en el mundo culto

Los cables tendidos, las cuerdas o los hilos con una densidad constante y sostenidos por dos puntos describen una curva catenaria. Los encontraremos en todos los cableados, en la redes de ferrocarriles y eléctricas, en muchos puentes colgantes y en numerosos arcos en la historia de la arquitectura. Como hemos explicado antes, la catenaria acomoda la forma de una densidad lineal de masa a su propio peso, distribuyendo así los pesos de la forma más homogénea posible.

Invertida en forma de arco, actúa de la misma manera, distribuyendo de la forma más uniforme posible las cargas que se efectúan sobre ella, y permitiendo realizar estructuras muy elevadas sin necesidad de contrafuertes.



1. Sección de la catedral de St. Paul. En: Addis, Bill, Building: 3,000 Years of Design, Engineering, and Construction, Phaidon, London, 2007.

2. Catenarias en la arquitectura de Gaudí. Imagen disponible en: <http://raizde2.es/curvas-catenarias>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

3. Ctesiphon, cerca de Bagdad, Iraq. Uno de los arcos catenarios más antiguos. Imagen disponible en: <http://www.atlastours.net/iraq/ctesiphon.html>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

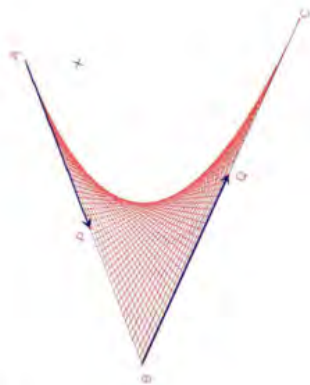
6.11. Construcción y posibles materializaciones de la parábola y la catenaria

De la misma manera que la elipse, tenemos diversos métodos para diseñar y crear parábolas o catenarias. Como hemos visto, las parábolas se forman con la intersección de un plano sobre un cono. Un foco iluminando una pared, cuanto más intensa y definida sea la luz que proyecta, va a generar una parábola. Un lanzamiento de cualquier objeto también generará una parábola. Podemos construir superficies parabólicas por revolución, por ejemplo, con un torno.

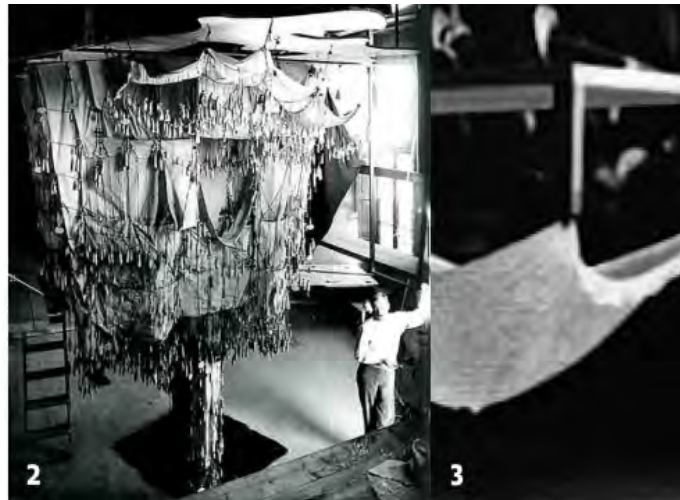
Existen muchos tipos de torneado. Si vais a la ficha de técnicas del toolkit «Tornear», podréis ver diferentes tipologías de esta técnica. Se puede construir un torno manual para realizar figuras en yeso con relativa facilidad. A partir de plantillas en chapa metálica, podemos generar elipsoides e hiperboloides con yeso u otros materiales que endurezcan. También podemos generar superficies parabólicas con telas endurecidas, por ejemplo, con resinas. La famosa «volta catalana» o de pañuelo es la traslación de una superficie parabólica al ladrillo.

Parábolas y catenarias responden matemáticamente a ecuaciones de segundo grado, por lo que las podemos dibujar en un eje de coordenadas, una vez conocidos los diversos valores de x . Por tanto, podemos calcularlas y definir las previamente.

Sin embargo, arquitectos como Antoni Gaudí utilizaron técnicas más experimentales y empíricas para realizar grandes obras, diseñando maravillosas maquetas invertidas de sus construcciones. Otros artistas utilizan la catenaria para crear espacios y superficies muy interesantes, tan solo con la superposición de cuerdas o de varillas de galvanizado (por ejemplo, Andreu Alfaro).



1



2

3

1. Método muy bien sintetizado de construcción de una parábola. Imagen extraída del vídeo “Envoltura parabólica – Definición”, profesor Altuna . Imagen disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=9JXP7j31qz8>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

2. Maqueta de la Sagrada Família realizada por Gaudí. Imagen disponible en: <https://cerebrovortex.files.wordpress.com/2013/03/gaudi-upside-down-tension-gravity.jpg>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

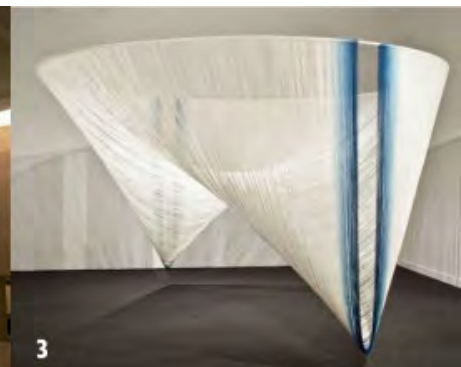
3. Ausias González Lisorge, *Del empirismo a la invención*, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid. Imagen disponible en: http://oa.upm.es/39900/1/AUSIAS_GONZALEZ_LISORGE_01.pdf. [Fecha de consulta: 20.03.20].



1



2



3

1. Mesa diseñada por el estudio Foster. Imagen disponible en: <https://www.dezeen.com/2009/10/16/arc-table-by-foster-partners-for-moltenic>. [Fecha de consulta: 20.03.20].
2. Andreu Alfaro, *Buenos días, libertad* (1975). Aluminio, 550 x 600 x 250 cm. Imagen disponible en: <http://www.andreualfaro.com/es/obra/espacio-publico/buenos-dias-libertad-1975>. [Fecha de consulta: 20.03.20].
3. Akio Hamatani, *W-Orbit* (2010). Imagen disponible en: <https://culturacientifica.com/2016/04/06/catenarias-las-artes-plasticas>. [Fecha de consulta: 20.03.20].



1. Construcción de un espejo parabólico. Imagen extraída del vídeo “How To Make Parabolic Mirrors From Space Blankets – NightHawkInLight”. Imagen disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=8CLRTa_ocmo. [Fecha de consulta: 20.03.20].
2. Eero Saarinen, Arco Gateway, o Puerta hacia el Oeste, del Jefferson National Expansion Memorial, en Saint Louis, Missouri (1963-65). Imagen disponible en: <https://culturacientifica.com/2016/04/06/catenarias-las-artes-plasticas>. [Fecha de consulta: 20.03.20].
3. Jasper Johns, *Near the Lagoon* (2002-03). Imagen disponible en: <https://culturacientifica.com/2016/04/06/catenarias-las-artes-plasticas>. [Fecha de consulta: 20.03.20].

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

6.12. Para ir leyendo

«Tomemos como referencia la necesidad histórica de construir templos. Un templo es un edificio que necesita ser amplio y alto de techo. Debe ser amplio porque necesita acoger un buen número de personas con una identidad colectiva común. Y debe respirar verticalmente porque la altura remite las almas de los presentes a la contemplación (¿y temor?) de la divinidad. En los comienzos de la humanidad, la tecnología disponible debía permitir poco más que una piedra horizontal sostenida por dos verticales. Algo es algo. El arco de medio punto romano supuso un buen avance. En los templos ya podían reunirse algunos fieles con cierta dignidad en un ambiente razonablemente solemne. Los arquitectos góticos se exigieron mucho más y levantaron catedrales de más de cien metros de altura. Se diría que las yemas de las puntas de sus torres pretenden tocar el cielo. En su interior el ambiente es sobrecogedor. Sin embargo, la estabilidad de estas estructuras implica el auxilio de otro concepto arquitectónico: los contrafuertes. Para muchos, los contrafuertes son un motivo estético más, pero la verdad es que no dejan de ser una especie de ortopedia hecha de piedra que resta esbeltez (¡y espiritualidad!) a la construcción. Y llega Gaudí con sus catenarias para proponer la catedral de la Sagrada Familia en Barcelona, un templo que se levanta vertical y limpiamente por encima de los ciento cincuenta metros. Ningún accesorio lateral se disculpa por la altura alcanzada. Gaudí comprendió la catenaria y la usó en bellísimas series en muchos edificios que aún se pueden admirar».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pág. 245). Barcelona: Tusquets.

«Hanging-chain models were used in the design of suspension bridges from their earliest days in the early 19th century, for example by Thomas Telford (1757-1834) in 1814. The models were used to establish the geometry of the catenary and how it varied with the loads hanging from the chain while maintaining the tension at the ends of the catenary constant, in order to determine the length for the many hangers used to support the roadway.

Frei Otto was a great innovator in the use of models to determine the form of tension structures. He began using models in the 1950s as the only way of establishing the form of three-dimensional, membrane and cable-net structures whose final geometry could not, at the time (before computers), be determined using analytical methods. Since gravity loads played a minor part in establishing the form of the tensile structures, the models themselves were made of membranes or nets with different characteristics: soap bubbles which have a constant surface tension; elastic sheets whose surface tension depends on the strain; and nets whose surface tension arises partly from the elastic extension of fibres, and partly from shear deformations of the net (squares to rhombuses)».

Addis, B. (2013, abril). «Toys that save millions' – a history of using physical models in structural design». *The Structural Engineer* (vol. 91, pág. 15).

«Estamos siendo testigos de un cambio en la relación tradicional entre realidad y representación. Ya no evolucionamos del modelo a la realidad, sino del modelo al modelo, al tiempo que reconocemos que, en realidad, ambos modelos son reales. En consecuencia, podemos trabajar de un modo muy productivo con la realidad experimentada como un conglomerado de modelos. Más que considerar el modelo y la realidad como modalidades polarizadas, ahora funcionan al mismo nivel. Los modelos han pasado a ser coproductores de realidad».

Eliasson, O. (2009). *Los modelos son reales* (pág. 11). Barcelona: Gustavo Gili.

Bibliografía

6. Parábolas y trayectorias. Catenarias y equilibrios mecánicos

Bibliografía

Addis, B. (2013, abril). «Toys that save millions’ – a history of using physical models in structural design». *The Structural Engineer* (vol. 91, pág. 15).

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Eliasson, O. (2009). *Los modelos son reales* (pág. 11). Barcelona: Gustavo Gili.

González Lisorge, A. *Del empirismo a la invención*. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid.

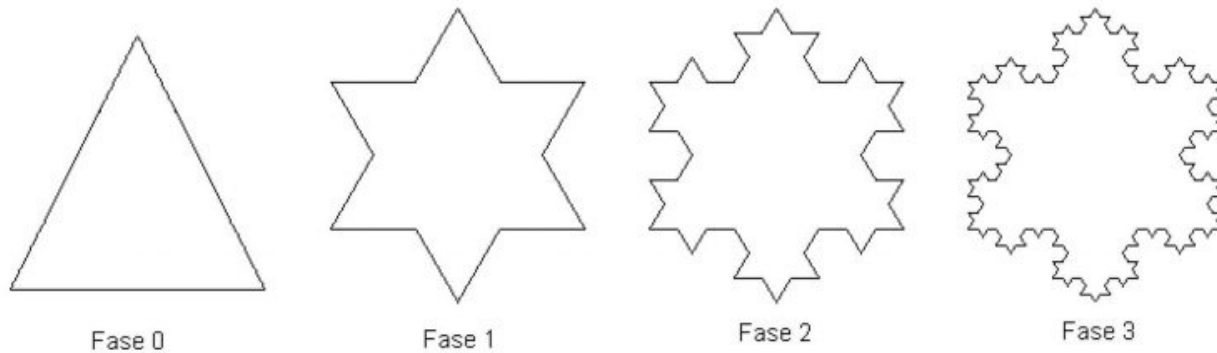
Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

7. Fractales y autosimilitud

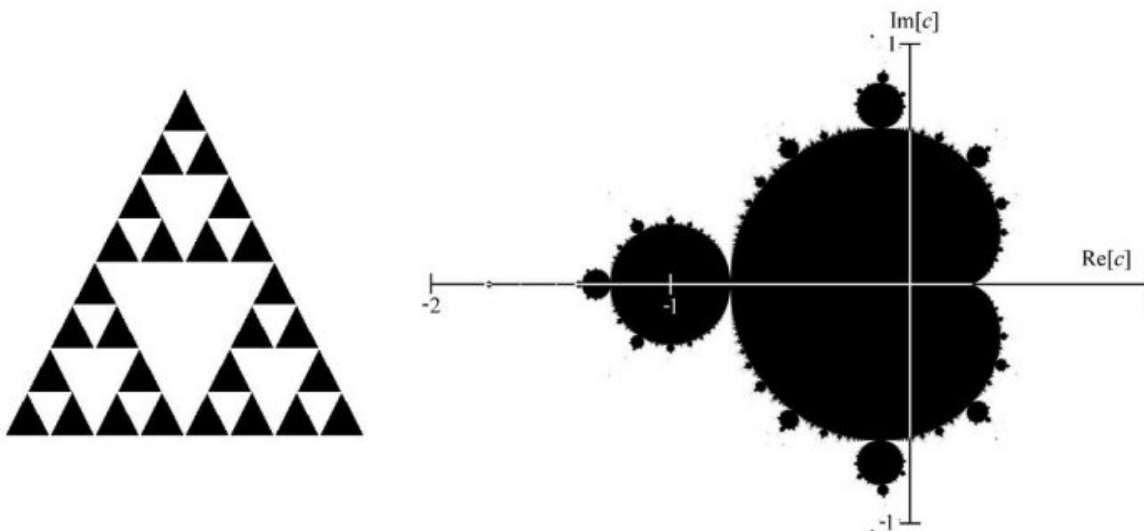
7.1. Introducción

Los fractales son formas que tienen una estructura autosimilar en la que las partes son igual de complejas que la totalidad. Así, su estructura se repite a diferentes escalas y llega a ser en algunos casos prácticamente indistinguible. Siempre tienen la misma apariencia. La totalidad del fractal es igual a sus partes, que son iguales a la totalidad. Los fractales no tienen una función concreta y definida que describa su geometría, pero sí que existe una dimensión fractal bien definida y medible. Los detalles matemáticos y las definiciones concretas son complejas y no entraremos en ellas, pero veremos cómo permeabilizan todo nuestro entorno. En este apartado habrá muchas referencias a las otras, iremos viendo cómo conectan con muchas otras formas.



1.El copo de nieve de Koch. Niels Fabian Helge von Koch, fue un matemático sueco, que describió en 1904 una de las primeras curvas fractales. El copo de nieve de Koch es una de las formas más intuitivas de producir fractalidad. Imagen disponible en: <http://www.markedbyteachers.com/international-baccalaureate/maths/el-copo-de-nieve-de-koch.html>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

En el apartado sobre la «Esfera y la simetría circular» hablábamos del punto como dimensión cero. Un punto en expansión nos genera una circunferencia. Un punto desplazado genera una estela que llamamos línea o dimensión uno. Una línea desplazada nos genera una superficie o dimensión 2, y una superficie desplazada nos genera la tercera dimensión. Pues bien, los fractales rellenan el espacio en dimensiones intermedias, no enteras. Pueden generar formas que están entre el punto y la línea, o entre la línea y el plano, o entre el plano y el volumen.



1. Triángulo de Waclaw Sierpinski. Otra forma que construye fractalidad. Imagen disponible en: <http://miescueladeilusion.blogspot.com/2019/04/construccion-del-triangulo-de-waclaw.html>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

2. Conjunto de Mandelbrot. Imagen disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_de_Mandelbrot. [Fecha de consulta: 12.03.20].

Los fractales llenan el espacio, crecen en el espacio, colonizan el espacio creando figuras complejas a partir de un patrón. La idea inicial de la concepción fractal fue de Lewis Fry Richardson, pionero en aplicar técnicas matemáticas para la predicción del tiempo atmosférico. Apuntaba en un artículo aparecido póstumamente la cuestión de medir una frontera o un litoral irregular, según se haga a paso de ratón o a paso de gigante. Pero fue Benoît Mandelbrot quien introdujo su concepción matemática, difundiendo y mostrando la alta frecuencia de los fractales en la naturaleza. Desde entonces, han aparecido gran cantidad de libros y artículos sobre el tema.

Aquí, siguiendo el esquema propuesto en la introducción, iremos navegando a través de ejemplos visuales que nos permitan ilustrar tres grandes ámbitos de interrelación en los que podemos encontrar fractales: el mundo físico como pura interacción de fuerzas, el mundo biológico sujeto a la selección natural, y el mundo humano o «culto» sujeto a lo que podemos llamar selección cultural. La emergencia de unas formas y no de otras tiene siempre una serie de condicionantes: físicos, biológicos y culturales.

7. Fractales y autosimilitud

7.2. Fractales en el mundo como pura interacción de fuerzas



1, 2, 3. Michael Peres. Copos de nieve. Imágenes disponibles en: <https://m.europapress.es/desconecta/curiosity/noticia-belleza-copo-nieve-nunca-has-visto-fotos-20171219140256.htm>. [Fecha de consulta 12.03.20].

La emergencia de unas formas y no de otras no es casual. Si están ahí, generando estructuras y patrones, es porque tienen una cierta estabilidad, cumplen una función. Una función no teleológica, no con una finalidad concreta más allá del hecho de permitir o generar determinada forma, una forma de estar en el mundo, de aparecer en la foto de lo real y de seguir permaneciendo.

Así pues, ¿cuál es la estabilidad de la fractalidad? Wagensberg y uno de sus discípulos, Romualdo Pastor Satorras, realizan una comparación con los sistemas termodinámicos y la entropía.

Pastor-Satorras, R.; Wagensberg, R. (1996). «Branch distribution in diffusion-limited aggregation: a maximum entropy approach». *Phisica A*.

La entropía puede interpretarse como una medida de la distribución aleatoria de un sistema. Se dice que un sistema altamente distribuido al azar tiene mucha entropía. El universo tiende a distribuir la energía uniformemente, es decir, a maximizar la entropía. Por ejemplo, si juntamos dos barras de hierro y una de ellas está incandescente, con el tiempo se creará una transferencia de energía entre las dos barras que las lleve al equilibrio. Pues bien, demostraron con un buen número de conjuntos fractales que su autosimilitud se debía a una maximización de la entropía de forma. Es decir, las formas fractales tienden a distribuirse uniformemente por el espacio, de la misma manera que lo haría la temperatura en un sistema termodinámico. Los fractales llenan el espacio, tienden a distribuirse uniformemente por el espacio.

El caso de los copos de nieve es un precioso ejemplo de superposición de simetrías. Fractales y hexágonos. Como hemos visto en el apartado «Hexágono y teselaciones del plano», los hexágonos pavimentan. En torno a una circunferencia, caben otros seis discos tangentes. Comprimidos cuando la población de discos aumenta, generan patrones hexagonales. En el caso de los copos de nieve, las moléculas de agua que han generado esos patrones hexagonales debido a la población de gotas de agua pasan a formar la estrella de seis puntas, gracias a las fluctuaciones cambiantes de temperatura, presión y humedad, y a nuevas incorporaciones de moléculas de agua que hacen crecer las puntas ramificadas de los copos en estructuras fractales siempre diferentes.

Los ejemplos de fractalidad en el mundo como pura interacción de fuerzas se suceden rápidamente una vez se ha adoptado la «mirada fractal». Es la observación de cómo las formas llenan el espacio: desde una grieta a las líneas de costa o los contornos de las nubes, desde un rayo a la orografía de un río o la geografía terrestre, desde formaciones minerales a nebulosas galácticas.



1. Grieta. Imagen disponible en: <https://trcpaint.com/grietas-como-evitar-que-aparezcan/>. [Fecha de consulta: 17.03.20].
2. Imagen disponible en: <https://static3.abc.es/media/sociedad/2016/07/07/RAYO-KYZD-U102780349433trD-620x349@abc.jpg>. [Fecha de consulta: 12.03.20].
3. Visión aérea del río Mississippi. Imagen disponible en: <https://pascals-puppy.blogspot.com/2009/12/fractals-in-geology.html>. [Fecha de consulta: 12.03.20].



1. Fracturas en el vidrio. Imagen disponible en: <https://es.azeheb.com/blog/cual-es-el-estado-fisico-del-vidrio>. [Fecha de consulta: 12.03.20].
2. Agrietado del barro. Imagen disponible en: <https://unsplash.com/s/photos/cracked-land>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

En el apartado «Hexágono y teselaciones del plano» veíamos cómo determinadas formaciones rocosas, los prismas basálticos o el craquelado de los lagos salados regularizan sus formas en prismas hexagonales o casi hexagonales, debido a unas condiciones muy concretas de formación que suelen conllevar un factor tiempo importante. Cuando el craquelado es rápido, como la rotura de un vidrio, la evaporación de un charco o determinadas formaciones rocosas, las grietas tienden a ocupar el espacio de forma fractal. Si ponemos el foco en un punto, este reproduce la totalidad.

7. Fractales y autosimilitud

7.3. Fractales en el mundo vivo

Los fractales en el mundo vivo aparecen en cualquier escala y jerarquía. Tienen un componente altamente adaptativo, pues son eficaces cuando se trata de maximizar los intercambios de energía, materia o información. Como hemos ido viendo, los fractales ocupan el espacio, y lo hacen de forma continua y conexas, creando frondosidades complejas a partir de patrones sencillos que permiten, por ejemplo, transportar sangre, savia o impulsos eléctricos (caso de las neuronas), o bien simplemente ocupar el espacio para maximizar la captación de luz (caso de los árboles).

En el mundo vivo se dan superposiciones de geometrías y formas, de la misma manera que sucedía con los hexágonos y los copos de nieve. Hemos visto en el apartado «Simetría circular y esférica» cómo la esfera, mínima superficie que encierra un volumen, es la forma general a la que tiende un árbol sin competidores cercanos, o ciertos conjuntos de cactus. Sin embargo, si cambiamos la escala y nos fijamos en el ramaje o en las raíces, podemos ver que todos los árboles son fractales. De hecho, todas las plantas lo son.

Todas tienen en su estructura interna ramificaciones fractales. Si cogemos una parte, una rama, esta podría pasar por el todo. Algunas plantas, como los helechos, tienen hasta cuatro o cinco iteraciones. Perfectas reproducciones de la totalidad. Si cambiamos de escala y nos fijamos en los tejidos vasculares de las plantas, veremos que la forma en la que ocupan el espacio es fractal.



1. Las ramas de los árboles se distribuyen de forma fractal. Imagen disponible en: <https://www.jardineriaon.com/como-sobreviven-las-plantas-caducas-en-invierno.html>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

2. Estudios de neuronas de Santiago Ramón y Cajal. Imagen disponible en: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/15/PurkinjeCell.jpg>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

3. Estructura fractal, en las venaciones de una hoja. Imagen disponible en: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f4/Leaf_1_web.jpg. [Fecha de consulta: 12.03.20].

En el mundo vegetal la relación entre interior y exterior está maximizada. La planta necesita abrirse a su entorno para captar la luz. Además, tiene una frontera mucho más indefinida o dependiente de otras estrategias. En el mundo animal, con excepción de algunos invertebrados como algunas medusas, la frontera es mucho más marcada. Claro que hay que hay una conexión directa con el exterior, pero la necesidad de maximizar los intercambios de energía y de materia se realiza en el interior. ¡Los animales son fractales por dentro! Neuronas, cerebro, vasos sanguíneos y pulmones tienen la necesidad de suministrar información, energía o materia a cada una de sus células, y la ramificación fractal es la que permite hacerlo con el menor esfuerzo posible.

7. Fractales y autosimilitud

7.4. Los fractales en el mundo culto

El concepto matemático de fractal se consolida con Mandelbrot, en un momento muy propicio para su desarrollo gracias a la incipiente industria de la computación, la fabricación de máquinas para iterar patrones a grandes velocidades: desde los sistemas de funciones iteradas (*iterated function systems* o IFS) que John E. Hutchinson empezó a realizar en 1981, los cuales reproducen «sencillos» fractales autosemejantes, hasta los actuales gráficos de Pixar, realizados sobre la base de complejas estructuras geométricas generadas a partir de fractales.



1., 2. Fractales. Imagen disponible en:

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperv/fractales/fractales-generados-por-ifs>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

3. Fotograma de una película de animación. Imagen disponible en: <http://mimamatieneunblog.com/como-pelicula-animacion-pixar>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

Hemos hablado de cómo los fractales colonizan el espacio, pero también se usan para comprimirlo. Algunos de los métodos para la compresión de imágenes utilizan las funciones iteradas para reducir las imágenes a una versión más simplificada y que ocupe menos espacio. De esta manera, bastará con volver a iterar la imagen resultante para «descomprimirla» y volver a aumentar así su resolución.

Recapitemos. Las formas fractales tienden a distribuirse uniformemente por el espacio, maximizan la entropía de forma, distribuyéndose al azar con un máximo de uniformidad. Pues bien, eso lo podemos aplicar tanto al análisis de movimientos bursátiles como a los cuadros de Pollock, así como a muchos patrones que se generan en red y que constituyen la red misma (www.). De hecho, y como curiosidad, R. Taylor, A. Micolich y D. Jonas, unos científicos australianos, llegaron a medir la dimensión fractal de los cuadros de Pollock, llegando incluso así a determinar su autenticidad y su fecha. Parece ser que su pintura llegó a ser verdaderamente fractal a partir de 1942, tomando valores superiores a 1 y aumentando progresivamente su fractalidad hasta 1952.



1. Estructura tridimensional de la enzima PAH humana. Imagen disponible en:

<https://aquimediosdecomunicacion.com/blog/2019/05/27/mas-cerca-de-entender-la-enfermedad-congenita-del-metabolismo-mas-frecuente/>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

2. La pintura de Pollock y su dimensión fractal. Imagen disponible en:

<https://www.xatakaciencia.com/matematicas/los-fractales-en-la-pintura-de-pollock>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

3. Representación gráfica de los ISP y nodos de internet. Imagen disponible en:

<http://informatica.blogs.uoc.edu/2012/11/12/la-belleza-de-las-redes-herramientas-de-visualizacion-de-grafos>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

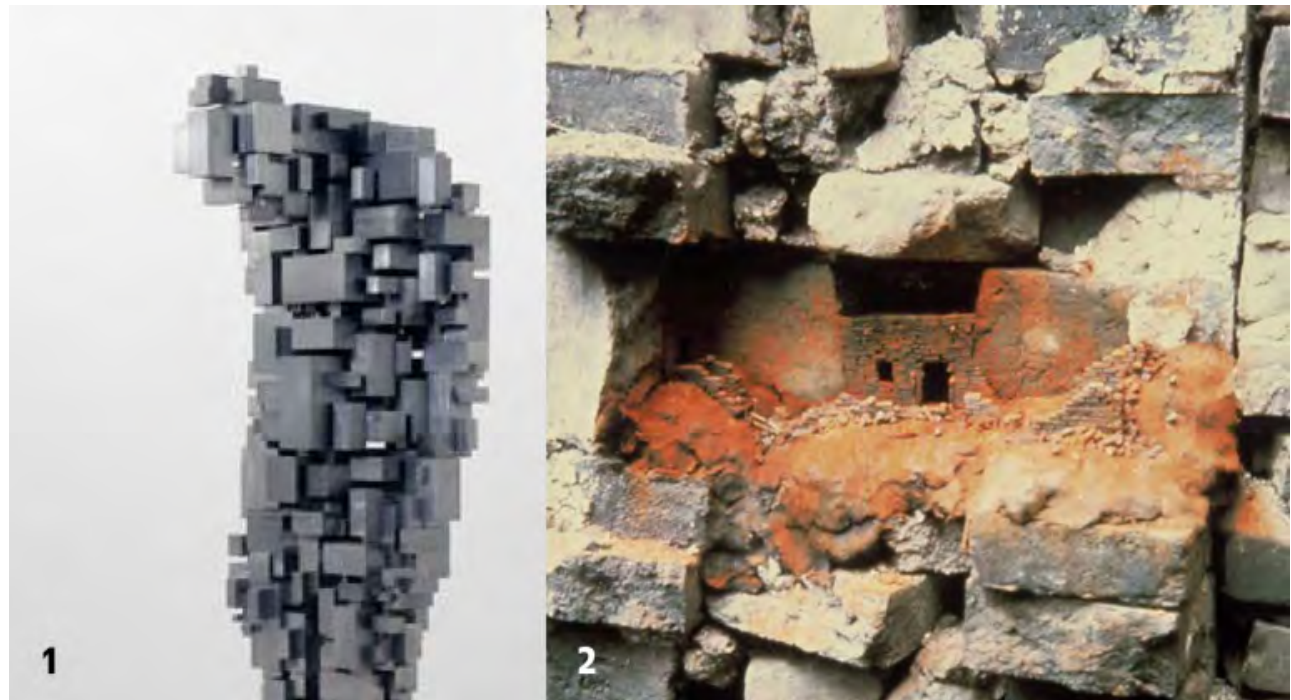
7. Fractales y autosimilitud

7.5. Construcción y posibles materializaciones de los fractales

Los fractales utilizan mecanismos simples para crear complejidad. De la misma manera que Pollock utilizaba la técnica de goteo o *dripping* para «colonizar» sus propios lienzos, hay innumerables vías para generar iteraciones que estimulen nuestro cerebro con patrones complejos: desde la pura repetición de elementos sencillos, emulando estructuras o complejos patrones naturales, a la fractalidad más conceptual.



1. Diseño de un árbol a partir de la repetición de un patrón sencillo. Dibujo propio.
2. Cristina Iglesias (2018). *Entwined-Growth II and III*, aluminio fundido y policarbonato con pigmentos. Imagen disponible en: <http://cristinaiglesias.com/growth-entwined/>. [Fecha de consulta: 12.03.20].
3. Lead Pencil Studio (2010), *Non sign II*, instalación entre el arte y la arquitectura, cerca de Vancouver. Imagen disponible en: <https://wewastetime.com/2010/11/09/>. [Fecha de consulta: 12.03.20].



1. Antony Gormley (2006), *Loss*. Interesante «pixelación» y deconstrucción de la figura humana en toda la obra de Antoy Gormley. Imagen disponible en: <https://artfacts.net/exhibition/sculpture-21-antony-gormley/644431>. [Fecha de consulta: 12.03.20].
2. Charles Simonds (1980), *Dwellings*, Gullin, China. La ciudad dentro de la ciudad. Imagen disponible en: <https://www.charles-simonds.com/mobile/dwellings80s.html>. [Fecha de consulta: 12.03.20].
3. Gego (1969), *Reticulárea*. Imagen disponible en: <https://gramho.com/explore-hashtag/reticul%C3%A1rea>. [Fecha de consulta: 12.03.20].

7. Fractales y autosimilitud

7.6. Para ir leyendo



«Los fractales son objetos geométricos que tienen estructura a todas las escalas. Así, cuando amplificas una complicada imagen fractal, para enfocar con zoom sus detalles, ves que cada detalle es tan complicado como el todo original: de hecho, en muchos fractales ¡la parte magnificada es idéntica al todo!

Los fractales vienen en muchos tamaños y formas. No hay una definición única y estricta que valga para todos los objetos que se han descrito como “fractales”. Más bien hay un vasto zoo de ejemplos interesantes que encarnan este amplio concepto de una estructura interna inagotable.

Como las pequeñas partes de un fractal son tan complejas como el todo, el método de análisis y síntesis, y su materialización matemática clásica, el cálculo, pierden casi todo su poder. Unas ideas distintas, basadas en la recursión y la autosimilitud, entran en juego».

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte* (pág. 385). Barcelona: Crítica.



«¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad inerte? ¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad viva? ¿Por qué son las formas fractales tan frecuentes en la realidad culta?

Como apunta el filósofo inglés A. J. Ayer, existen muchas acepciones diferentes en el lenguaje común para el término “por qué”, quizá tantas acepciones como acepciones tiene la palabra “causa”. Sin embargo, no hay ambigüedad posible en nuestro caso. Las preguntas equivalen a preguntarse por lo que hemos llamado la selección fundamental, la selección natural y la selección cultural. Es decir, nuestro esquema conceptual nos sirve para preguntar así: ¿en qué favorece la fractalidad a un individuo vivo para que este siga vivo? ¿Cuál es el gozo mental o la función culta que impulsa a la mente a crear fractalidad?».

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas* (pág. 253). Barcelona: Tusquets.

Bibliografía

7. Fractales y autosimilitud

Bibliografía

Ball, P. (2016). *Patterns in Nature*. Londres: Marshal.

Pastor-Satorras, R.; Wagensberg J. (1996). «Branch distribution in diffusion-limited aggregation: a maximum entropy approach». *Phisica A* (núm. 19).

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas*. Barcelona: Tusquets.

Wilczek, F. (2016). *El mundo como obra de arte*. Barcelona: Crítica.

(*) Contenido disponible solo en web.